

Validação do MAPGEO2015 e Determinação de um Geoide Local através de Posicionamento GNSS para a Mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense

Validation of MAPGEO2015 and Determination of Local Geoid by GNSS Positioning for Metropolitan Mesoregions of Belém and Northeast of Pará

Paulo Victor da Silva Pinto¹ , Victória Araújo Corrêa¹ , Mayara Cobacho Ortega Caldeira² , Carlos Rodrigo Tanajura Caldeira²  & Wallace S. Elias² 

¹ Instituto de Tecnologia (ITEC), Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, PA, Brasil

² Instituto Ciberespacial (ICIBE), Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA), Belém, PA, Brasil

E-mails: sppaulovictor@gmail.com; victoriacorreia9@hotmail.com; mayara.caldeira@ufra.edu.br; carlos.caldeira@ufra.edu.br; walace.elias@ufra.edu.br

Resumo

Atualmente, devido a rapidez e precisão na obtenção de coordenadas, o uso de GNSS (*Global Navigation Satellite System*) tem sido cada vez mais frequente. Entretanto, a altitude geométrica determinada utilizando um receptor GNSS não está relacionada ao nível médio do mar (de forma mais rigorosa, ao geóide), fazendo com que as informações não apresentem significado físico para obras de engenharia. Portanto, torna-se necessário conhecer a diferença entre as superfícies do geóide e do elipsoide, denominada ondulação geoidal. Desta forma, existe um grande interesse por um modelo de ondulação geoidal brasileiro cada vez mais preciso, o qual possibilita aos usuários a obtenção da ondulação geoidal em um ponto ou conjunto de pontos. No entanto, o modelo atual (MAPGEO2015) apresenta uma precisão média de 17 cm, porém considerando a pouca disseminação de Referências de Nível e vasta cobertura de floresta e rios tem-se a expectativa de que a região Norte apresenta um erro maior. Diante disto, esta pesquisa aspira desenvolver um Geoide Local, com maior precisão, aplicada às mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense. Para isto, foi utilizada a base de dados das Referências de Nível da Rede Altimétrica de Alta Precisão brasileira, somada a técnicas de GNSS/Nivelamento. Como resultado, considerando o geóide local, obteve-se uma polisuperfície cuja ondulação média para região de estudo é em torno de 24 a 25 m e o erro do modelo MAPGEO2015 é na ordem de 20 a 80 cm.

Palavras-chave: Superfície Geoidal; Ondulação do Geoide; MAPGEO2015

Abstract

Currently, due to the speed and precision in obtaining coordinates, the use of Global Navigation Satellite Systems - GNSS has been increasingly frequent. However, the altitude determined using a (geometric) GNSS receiver is not related to the mean sea level (more accurately, to the geoid), so that the information does not present physical meaning for engineering works. Therefore, it is necessary to know the difference between the surfaces of the geoid and the ellipsoid, called geoid undulation. In this way, there is a great interest for an increasingly precise Brazilian geoidal model, which allows the users to obtain the geoid undulation in a point or set of points. However, the current model (MAPGEO2015) has an average accuracy of 17 cm, but due to the low level of reference and wide coverage of forest and rivers it is expected that the Northern region has a greater error. In view of this, this research aims to develop a Local Geoid, with greater precision, applied to the mesoregions Metropolitan of Belém and Northeast of Paraense. For this, the database of the Level References of the Brazilian High Accuracy Altimetry Network was used, together with GNSS/Leveling techniques. As a result, considering the local geoid, a polysurface was obtained whose average region of study curl is around 24 to 25 m and the error of the MAPGEO2015 model is on the order of 20 to 80 cm.

Keywords: Geoidal; Geoidal Undulation; MAPGEO2015

1 Introdução

As modernas inovações tecnológicas trouxeram inúmeros benefícios à comunidade civil e científica, de modo a facilitar e tornar mais produtivas técnicas como o GNSS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema Global de Navegação por Satélite). Trata-se do conjunto de sistemas de navegação por satélite de posicionamento global, tais como: NAVSTAR-GPS (*Navigation System with Time and Ranging Positioning System*, ou simplesmente GPS - *Global Positioning System*) desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América; GLONASS (*Global Orbiting Navigation Satellite System*) desenvolvido inicialmente pela antiga URSS (União das Repúblicas Socialistas Soviéticas), atualmente é coordenado pela Rússia através *Russian Federation Space Force*; o Galileo desenvolvido pela União Europeia (UE) representada pela Agência Espacial Europeia; o Beidou ou Compass desenvolvido pelo governo da China; e os sistemas de aumento (Seeber, 2003; Monico, 2008).

No entanto, a altitude determinada no posicionamento GNSS, não está relacionada superfície equipotencial do campo da gravidade ao nível médio dos mares, ou seja, ao geóide, mas ao elipsoide de referência com dimensões específicas, por isso é denominada Altitude Geométrica ou Altitude Elipsoidal (Monico, 2008; Arana, 2016). Conforme apontado por Arana & Arana (2013), esta não apresenta significado físico para obras de engenharia, mas sim significado matemático para simplificação de cálculos. Portanto, torna-se necessário conhecer a separação entre as superfícies do geóide e do elipsoide, isto é, a altura (ou ondulação) geoidal, para que se possa converter a altitude geométrica em Altitude Ortométrica (Cerqueira & Romão, 2010).

Atualmente, existem diversas técnicas para a determinação da Ondulação Geoidal, como por exemplo, o emprego de dados gravimétricos aplicados a Integral de Stokes (Sjorberg, 2003) onde a ondulação geoidal é obtida através da anomalia da gravidade; também pode-se utilizar dados oriundos de gravimetria por satélite (Alves, 2007; Kuroishi, 2009; Álvares *et al.*, 2018); bem como, integrar dados GNSS com os dados de nivelamento geométrico (Vemeer, 2018; Brum *et al.*, 2020), entre outras técnicas. No entanto, conforme afirma Brum *et al.* (2020), essas duas últimas técnicas vêm ganhando destaque, pois os dados de gravimetria oriundos de satélites artificiais possibilitam que sejam gerados modelos geoidais com recobrimento global, como o EGM2008 (*Earth Gravitational Model 2008*), e a integração GNSS/Nivelamento permite determinar a

ondulação geoidal através da diferença entre a altitude geométrica e a altitude ortométrica.

A determinação de modelos geoidais que melhor representam a superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre, bem como aprimoramento destas técnicas tem despertado interesses nas últimas décadas (Guimarães, 2010; Arana, 2016). Assim, há uma grande tendência para melhorar modelos geoidais com a integração de diversos tipos de dados, sejam terrestres, aéreos ou orbitais. Dessa maneira, conforme afirma Arana (2016) as precisões de alguns modelos têm chegado ao nível do centímetro, como por exemplo, no Japão e os Estados Unidos, com precisão de $\pm 0,075$ m, e $\pm 0,063$ m respectivamente.

No contexto brasileiro, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), através da Coordenação de Geodésia (CGED), e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) nas últimas décadas tem trabalhado para gerar um modelo geoidal para determinação da ondulação geoidal para o território brasileiro possibilitando aplicações nas áreas de mapeamento e engenharia (Matos *et al.*, 2012). É com este objetivo que o MAPGEO2015, assim como as versões anteriores, MAPGEO92, MAPGEO2004, foram concebidos (IBGE, 2015).

Todavia, este modelo apresenta um erro médio quadrático de aproximadamente 17 cm, com discrepância máxima de 49 cm (MAPGEO, 2019). Contudo, por ser muito extensa e coberta por rios e florestas, a região norte possui poucos acessos por via terrestre, dificultando a realização de nivelamentos geométricos (relacionado a altitude ortométrica) e conseqüentemente, o estabelecimento de circuitos para a rede altimétrica, referenciados no Marégrafo de Imbituba-SC (Nicacio, 2019). Assim, a precisão do modelo geoidal atual (MAPGEO2015), varia em torno de 25 cm para região Norte, enquanto em outras regiões tem-se: Sudeste 15 cm, Sul 18 cm, Nordeste 17 cm e Centro-Oeste 16 cm, (IBGE, 2015), como pode ser observado na Figura 1.

Uma alternativa que vem crescendo nos últimos anos é a integração de modelos geoidais com o nivelamento/GNSS em pontos de uma rede altimétrica, de modo a modelar as distorções entre o modelo geoidal e o geóide considerado real (Arana, 2016; Brum *et al.*, 2020). As literaturas chamam essas superfícies geradas de modelos geoidais locais (Cerqueira & Romão, 2010; Guerra Neto & Oliveira, 2018; Marotta *et al.*, 2019;), geóides Híbridos (Lee *et al.*, 2013; Arana *et al.*, 2017) ou geóides geométricos (Kao *et al.*, 2017; Brum *et al.*, 2020). Nos resultados nota-se uma melhora ao nível centimétrico aos novos modelos.

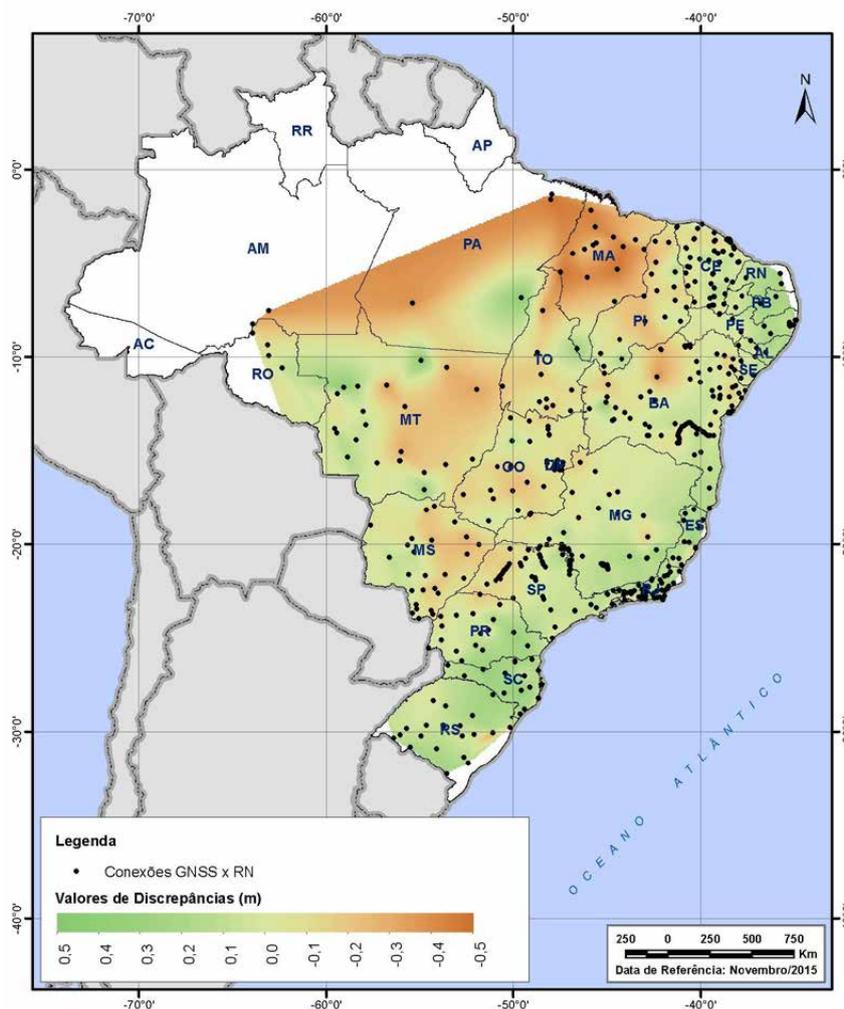


Figura 1 Desvio Padrão MAPGEO.

Fonte: IBGE (2015).

Deste modo, o objetivo deste trabalho é propor um modelo de geóide local para a mesorregião Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense. Podendo, com isto, aumentar a precisão dos dados altimétricos desta região, como proposta desenvolvida em outras localidades, tais como: Estados do Paraná e São Paulo (Guimarães, 2010; Arana & Arana, 2014; Arana, 2016), Estado do Rio Grande do Sul (Lima, 2016), Estado do Paraná (Jamur, 2007), município de Maceió (Cerqueira & Romão, 2010), Município de Brasília (Silva, 2017; Marotta *et al.*, 2019), Estado de Minas Gerais (Temba *et al.*, 2019), Goiás (Castro Júnior *et al.*, 2018), entre outros. Para isto foram utilizadas a base de dados da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) que fornecem a altitude ortométrica, somadas a técnicas de posicionamento GNSS, aplicadas a metodologia aplicada por Arana & Arana (2014), Temba *et al.* (2019) e Brum *et al.* (2020).

2 Determinação do Geóide Local

2.1 Determinação de N a partir do GNSS/Nivelamento

Considerando a Altitude Ortométrica (H) obtida através do nivelamento geométrico, concernentes as Referências de Nível (RRNN) pertencentes a rede altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) espalhadas pelo território nacional (Santos *et al.*, 2019), e a obtenção da Altitude geométrica (h), pelo posicionamento GNSS, possibilita determinar a real Ondulação Geoidal (N), como abordado na Equação 1 (IBGE, 2015). Na Figura 2 apresenta-se este conceito, bem como as altitudes envolvidas (Albarici *et al.*, 2018).

$$N_{Real} \cong h - H \quad (1)$$

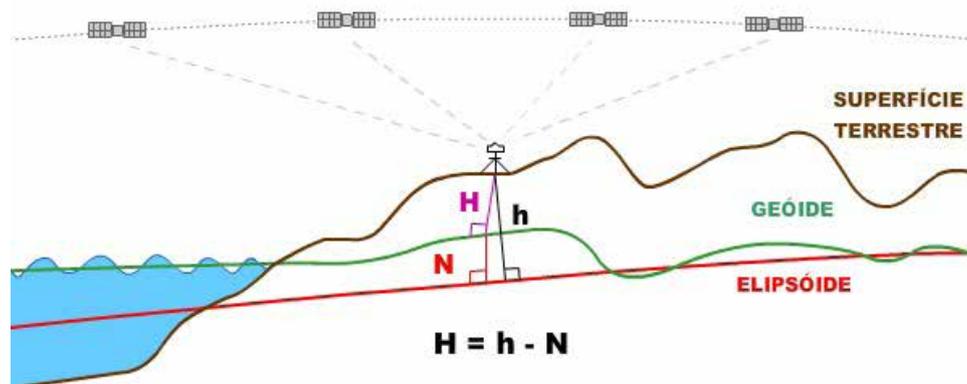


Figura 2 Ondulação geoidal (N) Real.

Fonte: IBGE (2015).

Assim, em uma linha formada por duas RRNN com altitude geométrica determinada a partir do posicionamento GNSS, pode-se interpolar a ondulação do geóide em pontos desta linha. No caso em que se deseja a interpolação de vários valores da ondulação do geóide, em uma área, pode-se determinar um plano (Equação 2) ou uma polisuperfície (Equação 3), conforme sugerido por Fielder (1992) e Arana (1999).

$$Z_i = aE_i + bN_i + c \tag{2}$$

$$Z_i = aE_i + bN_i + cN_iE_i + dE_i^2 + eN_i^2 + f \tag{3}$$

Onde:

Z_i – Ondulação Geoidal nas RRNN;

E_i, N_i – Coordenadas Universal Transversa de Mercator (UTM) das RRNN; e

a, b, c, d, e, f – Parâmetros a serem determinados no ajustamento paramétrico.

Este procedimento, adotando pelo menos três RRNN não co-lineares, pode-se determinar a ondulação geoidal da região de interesse a partir da estimativa dos parâmetros a, b, c, d, e e f através do Método Paramétrico do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ, para mais detalhes quanto ao método paramétrico vide em Gemael (2004)), onde o Vetor L será as observações que, neste caso, está associado aos valores determinados pela Equação 1 e a matriz A será a derivada parcial da Equação 2 ou 3 em relação aos parâmetros. Essa prática denomina-se geóide local (Marotta *et al.*, 2019; Arana, 2016). Vale ressaltar, que as Equações 2 e 3, podem sofrer algumas adaptações, tais como substituir as coordenadas UTM (E, N), pelas coordenadas cartesianas X e Y ou também pelas coordenadas geodésicas Latitude (ϕ) e Longitude (λ).

2.2 Determinação de N a partir do GNSS/ Nivelamento Associado aos Modelos Geopotenciais

A determinação da ondulação do geóide a partir do rastreamento GNSS em pontos pertencentes à rede fundamental de nivelamento do Brasil, possibilita calcular a ondulação do geóide real. Por outro lado, os modelos geopotenciais, como o MAPGEO2015, fornecem a ondulação do geóide do modelo (N_{modelo}).

Deste modo, a subtração entre as ondulações geoidais do modelo com as ondulações determinadas com GNSS/nivelamento (N_{Real}), representada pela Equação 4, permitirá o cálculo da diferença entre o modelo e o efetivo geóide para a área onde se distribuem as RRNN em análise, conforme pode ser visualizado na Figura 3.

$$\Delta N = N_{\text{Real}} - N_{\text{modelo Geoidal}} \tag{4}$$

Com base na Figura 3 e imaginando uma situação onde pretende-se determinar a altitude ortométrica do ponto P utilizando esta técnica, a ondulação geoidal do ponto P (N_p), pode ser expresso conforme a Equação 5.

$$N_p = N_{\text{modelo}} + \Delta N_p \tag{5}$$

Para determinar a separação/correção do modelo no ponto P (ΔN_p), basta interpolar a superfície ajustada pelo método paramétrico do MMQ (Marotta *et al.*, 2019), que representará um modelo matemático da separação existente naquela região entre o geóide e o modelo geopotencial, ou seja, uma superfície de correção para usuários do modelo geopotencial (Fielder, 1992; Arana, 1999). Esta determinação ocorre de maneira análoga à determinação do geóide local, onde será modelado a diferença de ondulação (ΔN), obtido pelo modelo geopotencial (N_{Modelo}) e GNSS/nivelamento (N_{Real}) das RRNN. Deste modo, basta substituir Z_i por ΔN nas Equações 2 e 3.

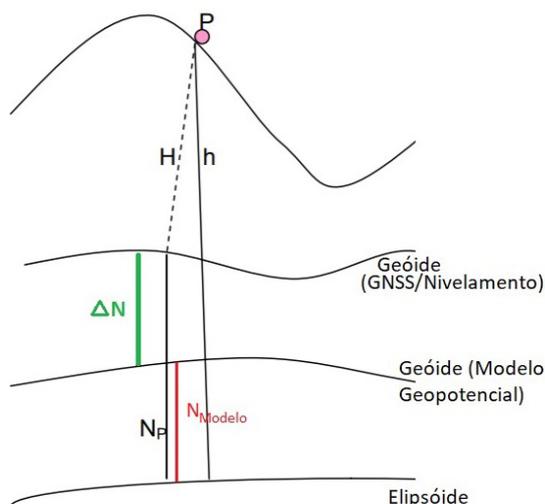


Figura 3 Separação entre modelo e GNSS/Nivelamento.

Fonte: Adaptado de Arana & Arana (2014).

3 Metodologia da Pesquisa

A metodologia de determinação de uma superfície geoidal foi aplicada em nove municípios do estado do Pará: Abaetetuba, Acará, Barcarena, Belém, Bujaru, Castanhal, Concórdia do Pará, Moju e Tomé-Açu. A Mesorregião é uma subdivisão dos estados brasileiros que congrega diversos municípios de uma área geográfica com similaridades econômicas e sociais. O estado do Pará possui 6 mesorregiões, Barcarena, Belém e Castanhal fazem parte da Mesorregião Metropolitana de Belém, enquanto que Abaetetuba, Acará, Concórdia do Pará, Moju, São Miguel do Guamá e Tomé-Açu fazem parte da Mesorregião Nordeste Paraense. A Figura 4 representa o Mapa de localização da área de estudo.

Dentre as etapas que compreendem esta pesquisa a busca das Referências de Nível (RRNN) é de suma importância. É de jurisdição do IBGE o controle e a manutenção de aproximadamente 69.000 RRNN. Sua distribuição no Brasil não é uniforme e, principalmente, na região norte, existe carência de quantidade de dados (Nicacio, 2019). No que compreende a área de interesse situada no estado do Pará outro agravante é a situação¹ das RRNN, pois a maioria está como não encontrada, destruído ou sem chapa, mesmo com a proteção legal a que esta estrutura está submetida com base no Decreto Lei nº 243. Existe, também a avaliação do IBGE quando a

¹ São classificadas segundo o Banco de dados geodésicos do IBGE em: Bom; Não encontrado; Destruído; e Destruído sem chapa.

última visita na RN. Estes agravantes somados, formam a escolhas das referências de níveis de aplicação da pesquisa, dispostas na Figura 5.

Posteriormente, as RRNN foram levantadas levando em consideração a distância do município em que se encontra de Belém, já que a mesma possui 2 estações ativas (BELE e BEPA), pertencente a RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GNSS), viabilizando assim o emprego do posicionamento relativo. A Tabela 1 apresenta as RRNN pré-definidas para a pesquisa.

Para o levantamento de dados GNSS das RRNN, foi utilizado um receptor de dupla frequência fabricante RUIDE, modelo R-90T, com precisão horizontal de 2,5 mm + 1 ppm e precisão vertical na ordem de 5 mm + 1 ppm. Em campo foi utilizado o método relativo estático (Monico, 2008), tendo como base as estações BELE e BEPA, o tempo de coleta que variou na ordem de 1 a 4 horas, dependendo dos obstáculos encontrados próximos a RN e do comprimento das linhas de base da RN até as estações base, em conformidade com IBGE (2008), que apresenta as recomendações para o tempo de coleta para o levantamento relativo estático. A máscara de elevação utilizada foi de 10°, para minimizar o erro proveniente de multicaminhamento e refração atmosférica, e a taxa de gravação de dados foi inserida para coletar dados a cada 15s para se adequar a taxa de gravação da RBMC.

Um agravante para a coleta é que as RRNN foram implantadas em locais que garantem sua segurança, no entanto, essas localizações impõem dificuldades para a coleta de dados em razão da proximidade de barreiras físicas como, edificações e árvores. Por isso foi adotada a metodologia das RRNN excêntricas, que é o transporte da altitude ortométrica das RRNN por meio de nivelamento geométrico empregando nível digital da marca FOIF, modelo EL300 com precisão de $\pm 0,3$ mm/km. As estações excêntricas foram escolhidas, em distância máxima de 30 metros, de modo a eliminar possíveis bloqueios dos sinais causados por construções civis ou por vegetações próximas às referências de nível, e ainda podendo considerar a mesma superfície geopotencial da RN.

Para processamento dos dados foi utilizado o *software* Topcon Tools, e adotou-se as efemérides precisas finais do IGS (*International GNSS Service*), para melhor acurácia. Como parâmetros para realização do processamento e do ajustamento das referências de nível, foram pré-definidas as tolerâncias (P) levando em consideração o comprimento das linhas de base e as Equações 6 e 7, apresentam o cálculo para determinar a precisão das RRNN.

$$P = 10 \text{ mm} + (LB \times 1 \text{ ppm}) \quad \text{para } LB > 20 \text{ km} \quad (6)$$

$$P = 5 \text{ mm} + (LB \times 1 \text{ ppm}) \quad \text{para } LB < 20 \text{ km} \quad (7)$$

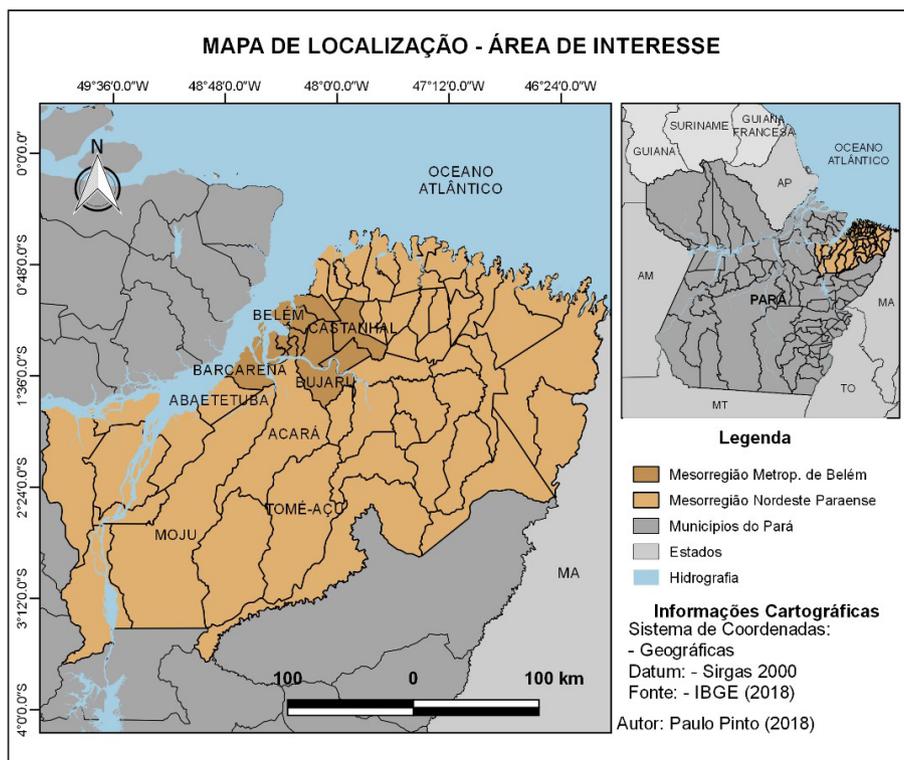


Figura 4 Localização área de interesse.

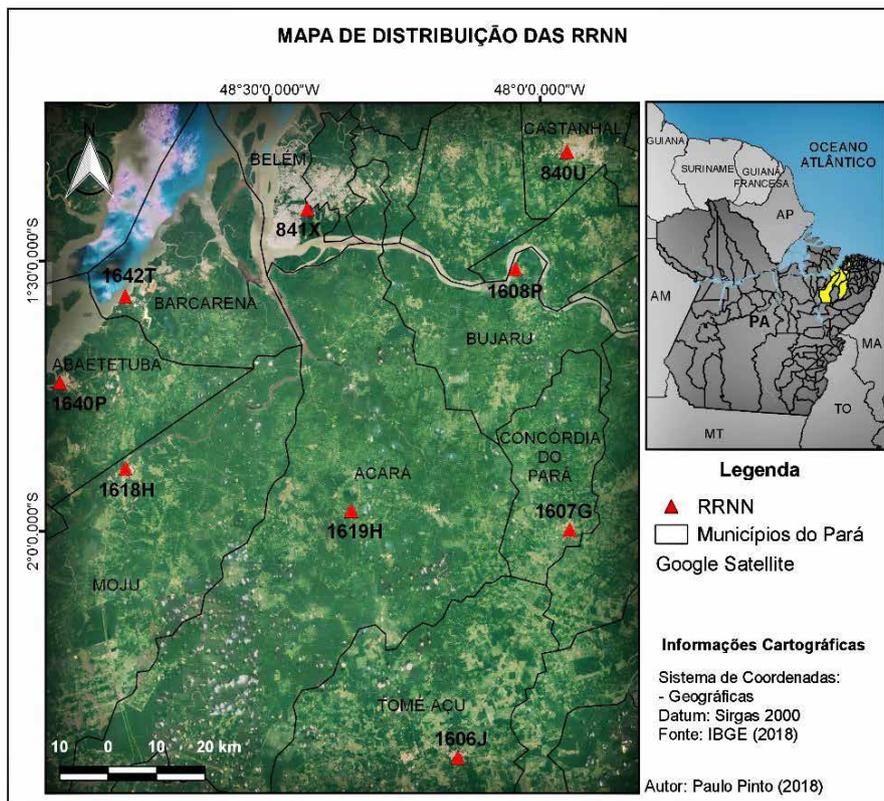


Figura 5 Espacialização das RRNN pela área de interesse.

Tabela 1 Determinação das RRNN.

RRNN	Município	Situação	Data ult. Visita	Dist. Belém (Km)
841X	Belém	Bom	18/11/2015	-
1640P	Abaetetuba	Bom	29/10/2015	122,00
1619H	Acará	Bom	15/10/2015	114,00
1642T	Barcarena	Bom	31/10/2015	106,00
1608P	Bujaru	Bom	30/10/2015	120,00
840U	Castanhal	Bom	14/10/2015	73,00
1607G	Concórdia do Pará	Bom	24/03/2016	156,00
1618H	Moju	Bom	21/10/2015	125,00
1606J	Tomé-Açu	Bom	24/11/2015	261,00

Os resultados obtidos após o processamento estão dispostos na Tabela 2 composta pelas coordenadas Geodésicas (Latitude - φ e Longitude - λ) e altitude geométrica (h), e seus desvios padrões das estações RRNN, ou seja, seus resultados em planimetria, bem como o desvio padrão resultante na precisão em Planimetria (σ_p). Vale ressaltar que todas os pontos tiveram a solução da ambiguidade fixa ajustado, por meio de linha de base independente, com nível de confiança de 68%. Além disso, as precisões dos pontos estão dentro da tolerância (P) pré-definida.

Com o processamento, foi possível calcular a Ondulação Geoidal (N_{Real}) das RRNN submetidas ao levantamento geodésico, realizando a diferença entre a altitude geométrica e ortométrica, proveniente do levantamento GNSS e do descritivo do IBGE, respectivamente. E ainda, com a posse das coordenadas geográficas das RRNN de interesse foi determinado através do *software* MAPGEO 2015 a Ondulação Geoidal (N_{MAPGEO}).

O resultado de N_{Real} encontrado a partir da coleta em campo foi comparado com N_{MAPGEO} , deste modo, foi possível ajustar uma superfície geoidal local (N_{Real}) e determinar a separação entre o geóide local e o geóide do modelo

Mapgeo (ΔN). Para a determinação dos coeficientes a, b, c, d, e e f da polisuperfície, expressa na Equação 3, foi empregado o Método Paramétrico do MMQ desenvolvido no *software* Scilab 5.4. A expressão 7 apresenta a Equação dos Parâmetros do método de ajustamento (Gemeal, 2004).

$$Xa = (A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad (7)$$

Onde:

Xa - vetor dos parâmetros, neste caso os coeficientes $a, b, c, d, e, e f$ da polisuperfície.

P - Matriz Peso, que neste trabalho adotou-se igual a matriz de identidade (diagonal principal igual a 1).

A - Matriz dos coeficientes, é a derivada parcial da equação da polisuperfície (Equação 3) em função dos parâmetros ($A = \frac{\partial Z}{\partial X_i}$) aplicadas as coordenadas geodésicas Latitude (φ) e Longitude (λ) em grau decimal para os pontos.

No que concerne a determinação do geóide, o L da Equação 7 é o vetor das observações que, neste caso, está associado aos valores determinados pela Equação 1 (N_{Real}). No entanto, para a superfície de correção o Vetor L será a separação entre o geóide local e o geóide do modelo MAPGEO (ΔN) (Equação 4).

Tabela 2 Resultado Processamento RRNN – Planimetria.

RN	Lat (φ) S	σ_φ (m)	Long (λ) W	σ_λ (m)	σ_p	h (m)	σ_h (m)
1640P	01°43'29,60293"	0,0128	48°53'22,89934"	0,0151	0,0198	-18,4587	0,0367
1619H	01°57'45,04250"	0,0156	48°20'58,21362"	0,0171	0,0231	08,4072	0,0457
1642T	01°33'56,86952"	0,0153	48°46'04,62009"	0,0157	0,0219	-14,3870	0,0492
841X	01°24'15,69362"	0,0029	48°25'53,99977"	0,0046	0,0054	-07,2465	0,0119
1608P	01°30'53,63369"	0,0125	48°02'44,52522"	0,0169	0,0210	-11,5145	0,0409
840U	01°17'51,05691"	0,0146	47°56'59,34096"	0,0130	0,0195	19,9196	0,0332
1607G	01°59'48,75525"	0,0112	47°56'41,60664"	0,0152	0,0189	22,4063	0,0351
1618H	01°53'02,78661"	0,0387	48°46'04,67400"	0,0359	0,0528	-16,2931	0,0863
1606J	02°25'10,03632"	0,0131	48°09'06,23109"	0,0152	0,0201	-11,2000	0,0404

Por fim, para a representação da polisuperfície na forma tridimensional foi utilizado o *software* Gnuplot, bem como para a produção cartográfica foi adotado o *software* Qgis.

4 Resultados e Discussões

4.1 Ondulação Geoidal

A Ondulação Geoidal foi obtida de duas formas diferentes, a primeira a partir do resultado do modelo MAPGEO 2015 (N_{modelo} ou N_{MAPGEO}) e a segunda forma é

levando em consideração a diferença de altitudes aplicando a Equação 1, tem-se então a real Ondulação Geoidal (N_{Real} ou $N_{\text{GNSS/NIV}}$). Com o exposto tem-se, portanto, os valores de Altitude Ortométrica (H) obtido através do nivelamento realizado pelo IBGE e das Altitudes Geométricas (h), assim como, N_{Real} e N_{MAPGEO} , que estão apresentados na Tabela 3.

Para melhor representar a ondulação geoidal ($N_{\text{GNSS/NIV}}$ e N_{MAPGEO}) das mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense, foi elaborado mapas geoidais. A Figura 6 e a Figura 7, ilustram os mapas das interpolações das ondulações geoidais (N_{REAL} e N_{MAPGEO} , respectivamente) com isolinhas de 0,15 m de equidistância.

Tabela 3 Dados Altimetricos das RRNN.

Estação	h (m)	H	N_{MAPGEO}	N_{Real}	Δ_N (m)
1640P	-18,4587	06,2590	-23,8700	-24,7180	0,8477
1619H	08,4072	33,8780	-24,9100	-25,4710	0,5608
1642T	-14,3870	10,7750	-24,3000	-25,1620	0,8620
841X	-07,2465	18,3260	-25,0400	-25,5730	0,5325
1608P	-11,5145	13,8290	-25,1900	-25,3440	0,1535
840U	19,9196	45,5228	-25,1600	-25,6030	0,4432
1607G	22,4063	48,2843	-25,3400	-25,8780	0,5380
1618H	-16,2931	08,3017	-24,1700	-24,5950	0,4248
1606J	-11,2000	15,6820	-26,3000	-26,8820	0,5820

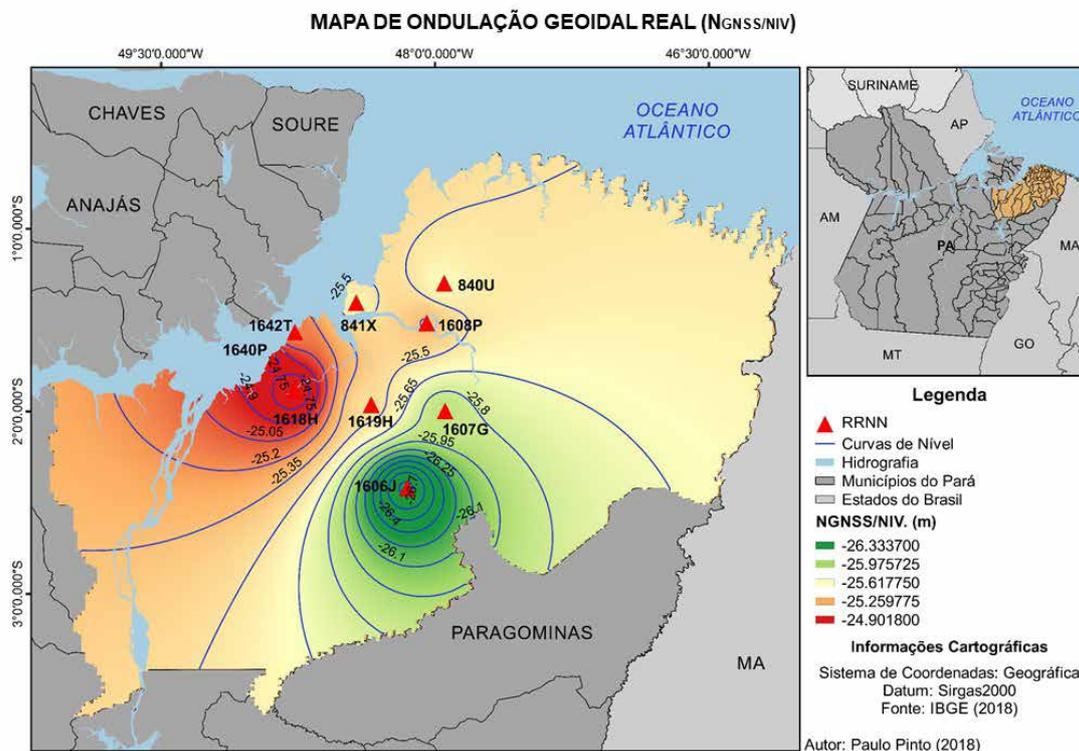


Figura 6 Mapa de Interpolação da Ondulação Geoidal Real ou GNSS/NIV ($N_{\text{GNSS/NIV}}$).

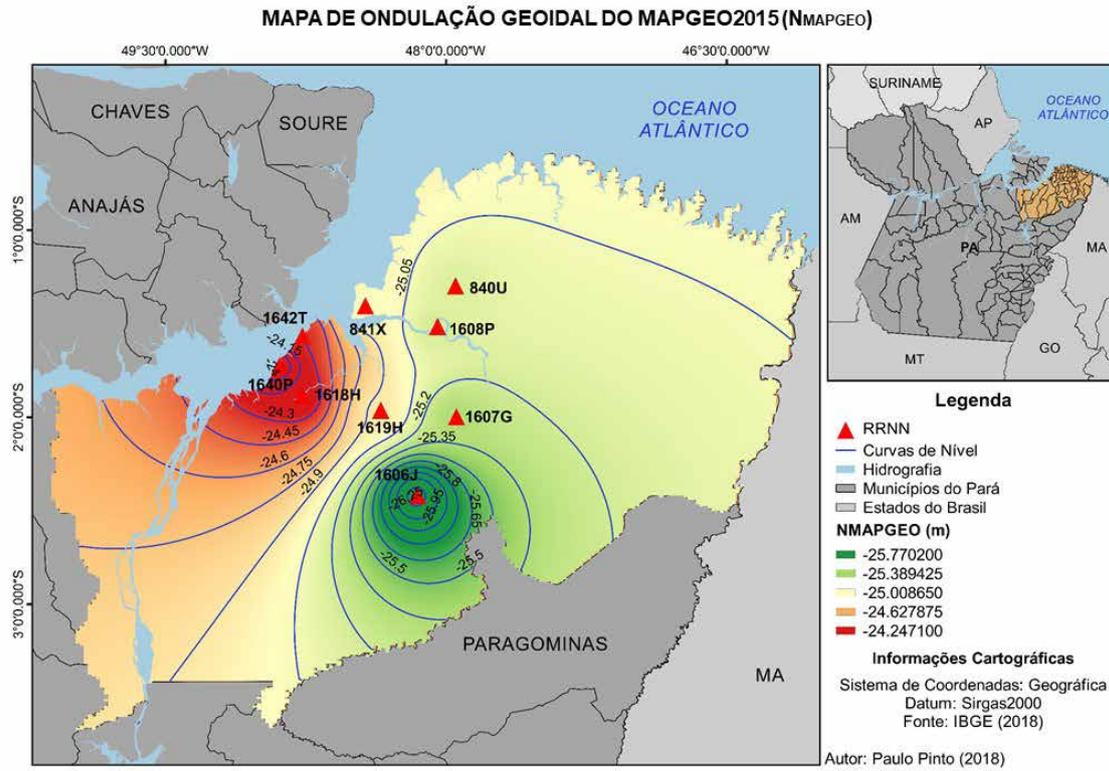


Figura 7 Mapa de Interpolação da Ondulação Geoidal do MAPGEO2015 (N_{MAPGEO}).

4.2 Validação do Modelo MAPGEO2015 e Superfície de Correção

A determinação da Discrepância de Ondulação Geoidal (ΔN) será efetuada pela subtração de N_{MAPGEO} pela N_{REAL} conforme a Equação 4. Como base na ondulação geoidal apresentada na Tabela 3 e como pode observar na Figura 8, estes resultados evidenciam a maior proporção de discrepância nos municípios de Abaetetuba e Barcarena (na ordem de 85 cm) e menor no município de Bujaru (na ordem de 15 cm), os outros municípios apresentam proporções equivalentes (na ordem de 51 cm). Além disso, nota-se que a região obteve uma média e a mediada de aproximadamente 50 cm, condizente com a Figura 1.

Para determinar o modelo matemático da separação do modelo (ΔN), ou seja, a superfície de correção para usuários deste modelo, foi aplicado o MMQ a partir do método Paramétrico, para obtenção dos parâmetros “a”, “b”, “c”, “d”, “e” e “f” da polisuperfície (Equação 3). Vale ressaltar que devido a área abranger diferentes fusos na projeção UTM, a Equação 3, foi expressa em função das coordenadas geodésicas. Assim, substituindo os parâmetros ajustados na Equação 3, aplicada as coordenadas geodésicas,

determinou-se um modelo matemático de correção, expressa na Equação 8. Deste modo, um usuário que obtiver as coordenadas geodésicas de um ponto sob a região, poderá aplicar a correção do modelo MAPGEO2015 conforme o exemplo da Equação 5.

$$\Delta N = 72,1845 \lambda_i - 65,626 \varphi_i - 1,3920 \lambda_i \varphi_i + 0,7747 \lambda_i^2 + 0,4251 \varphi_i^2 + 1681,173 \quad (8)$$

Aplicada a Equação 8 a um intervalo de Latitude $-01^{\circ}30'$ (valor inferior) à $-02^{\circ}30'$ (valor superior) e intervalo de Longitude de -49° (valor inferior) à -47° (valor superior), possível representar uma superfície de correção (Equação 8) para as mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense, conforme apresentado na Figura 9.

Como pode-se observar na Figura 9, o valor máximo de discrepância é de 1,4 m. A Região que apresentou maior discrepância na superfície de correção foi em torno das ilhas pertencentes aos municípios de Barcarena e de Belém (intervalo próximo a coordenada $1,4^{\circ}S$ e $48,8^{\circ}W$). Outra área que apresenta discrepância alta na superfície é em torno do município de Tomé-Açu (intervalo próximo da coordenada $-2,4^{\circ}$ e -48°), valor próximo a 0,8 m.

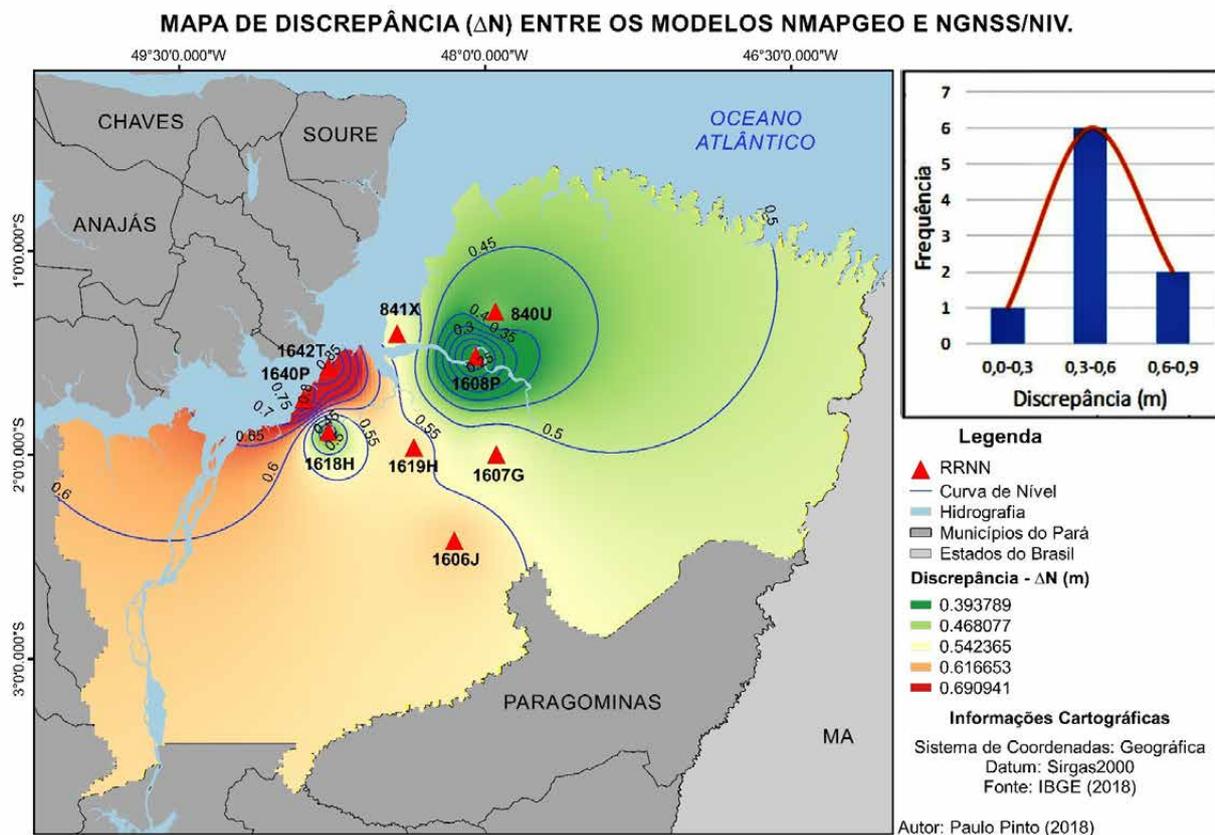


Figura 8 Mapa da discrepância da Ondulação Geoidal do MAPGEO2015.

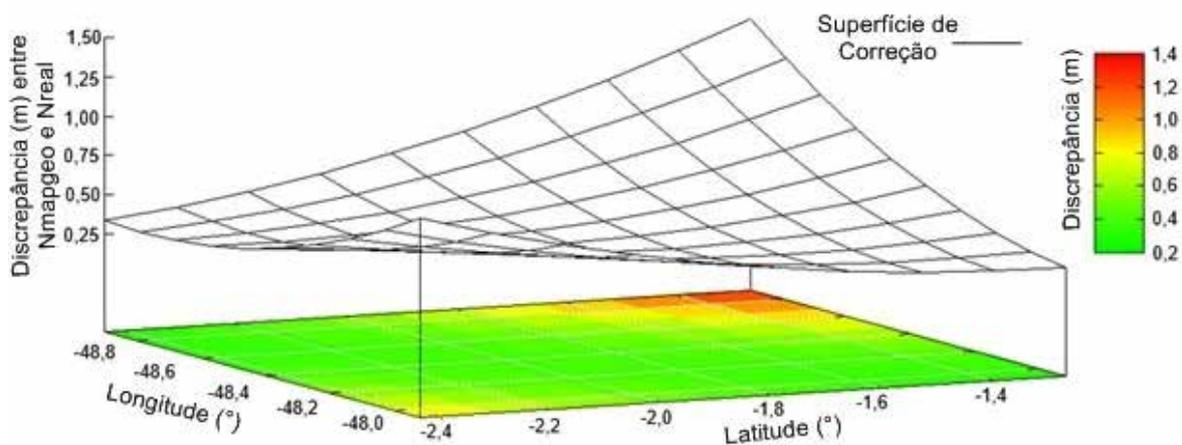


Figura 9 Superfície de correção do MAPGEO2015.

Enquanto que a menor diferença entre os modelos de Ondulação Geoidal é de 0,2 m e o intervalo entre 0,2 a 0,6 m são encontrados em maior parte da superfície. Vale destacar que nos bordos da superfície a modelagem não apresenta confiabilidade suficiente, ou seja sua correção a partir da modelagem não é confiável, visto que a coleta de dados foi pontual (devido as dificuldades apresentadas), e principalmente por não apresentar distribuição homogênea de RRNN, e pela falta de dados nos limites das mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense.

O intervalo de valores de discrepância encontrado (0,2 – 1,4 m) apresentam semelhança com intervalo encontrado na coleta de dados das RRNN (0,15 – 0,85 m) tornando possível avaliar os valores da modelagem como coerentes.

4.3 Determinação do Geoide Local

Adotando a mesma estratégia descrita no item (4.2), a determinação do Geoide Local deu-se a partir do MMQ aplicado ao método de ajustamento paramétrico determinando com isso os coeficientes “a”, “b”, “c”, “d”, “e” e “f” da equação da polisuperfície, Equação 3. Assim, substituindo os parâmetros ajustados na Equação 3, aplicada

coordenadas geodésicas, determinou-se um geoide local, expressa na Equação 9. Deste modo, um usuário que obtiver as coordenadas geodésicas de um ponto sob a região, poderá determinar a ondulação geoidal local.

$$N = 69,5165\lambda_i + 124,6716\varphi_i + 2,7722\lambda_i\varphi_i + 0,6769\lambda_i^2 - 2,6509\varphi_i^2 + 1745,0319 \quad (9)$$

Aplicada a Equação 9 ao mesmo intervalo de Latitude e Longitude da seção (4.2) é possível representar tridimensionalmente o Geoide Local para as mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense. A Figura 10 apresenta a superfície do Geoide Local.

Analisando os valores encontrados para o modelo tridimensional do Geoide Local, o intervalo encontrado, dos valores de $N_{GNSS/NIV}$ variam de -24,0 a -27,5 m. Os maiores valores (-24,0; -24,5 e -25,0 m) encontram-se próximo as áreas urbanas dos municípios de Abaetetuba e Moju (coordenadas -01,8° e -48,8°; -02,0° e -48,8° e -02,2° e -48,8°). No que concerne aos valores mínimos (-26,5; -27,0 e -27,5 m) encontram-se em torno da área urbana do município de Tome-Açu (coordenadas -02,4° e 48,0°; -02,4° e -48,2°).

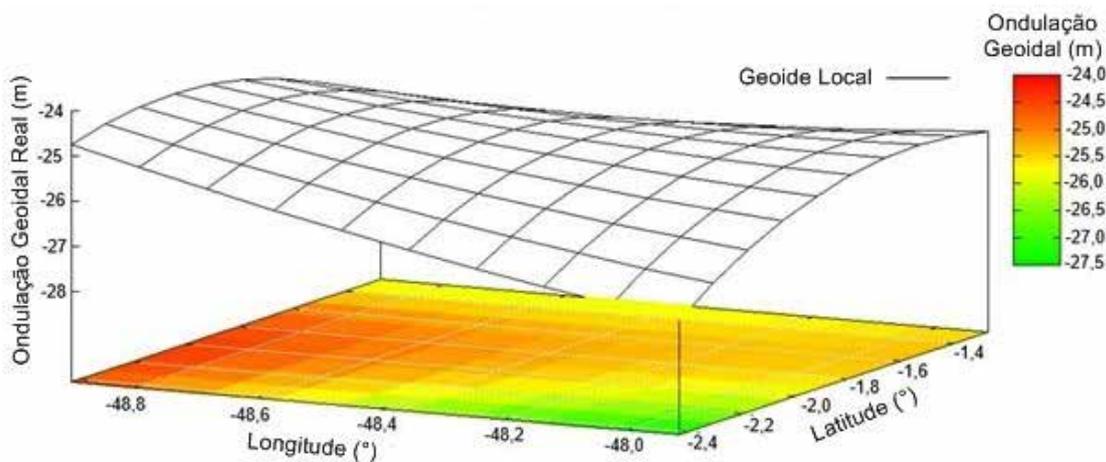


Figura 10 Geoide Local.

5 Conclusões

O presente trabalho teve por objetivo determinar um modelo de geoide local para as mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense, a partir da integração de dados GNSS e dados das Referências de Nível, proveniente de nivelamento Geométrico. Podendo, com isto, aumentar a precisão dos dados altimétricos desta região. Os Geoides

Locais são modelos que surgem como solução para modelos pré-estabelecidos (tais como o MAPGEO) que tem a finalidade conversão de Altitudes Geométricas em Altitudes Ortométricas a partir da Ondulação geoidal.

A proposta vista trazer uma alternativa ao modelo geoidal oficial existente, que no caso do Brasil é o MAPGEO2015, uma vez que o próprio IBGE faz ressalvas ao uso do modelo, especialmente quando se necessita de

uma precisão maior que a oferecida pelo MAPGEO, que é cerca de 17cm. Conforme destaca Arana (2016), o emprego de modelos geoidais podem degradar a precisão das altitudes e restringir as aplicações.

No entanto, quando aplicado a região norte do Brasil esses modelos pré-definidos não apresentam uma precisão satisfatória, o erro do MAPGEO 2015 apresentado na validação do modelo (discrepância entre N_{MAPGEO} e $N_{\text{GNSS/NIV}}$) varia em torno de 20 a 80 cm. Assim ressalta a importância de constantes estudos que vem sendo desenvolvidos por diversos autores para analisar a confiabilidade do modelo MAPGEO2015 em diversas regiões do Brasil (Blitzkow et al., 2016; Falavigna et al., 2018; Nicacio & Dalazoana, 2018).

O agravante para isto é que o objeto para implementação destes modelos locais para a região Norte, são as Referências de Nível que são escassas nessa área de estudo, destaca-se que das 72 RRNN, somente 9 estações estavam disponíveis para coleta GNSS. Assim, dentre as principais dificuldades encontradas nesta pesquisa foi a falta de RRNN bem distribuídas em torno da área de interesse. Vale destacar que este cenário não foi verificado em outras regiões brasileiras, pois em outros trabalhos que abordam uma metodologia similar, aplicam em uma rede mais densa e homogênea, como por exemplo Jamur (2007) e Arana (2016), que utilizaram respectivamente, 104 e 315 pontos da rede.

Propõe-se para trabalhos futuros que sejam feitos novos estudos visando avaliar o MAPGEO2015, especialmente a validação similar ao que foi mostrado no relatório do MAPGEO2015 (IBGE, 2015). Também propõe a geração de um geóide gravimétrico ao nível local, uma vez que neste trabalho não foi empregado qualquer parâmetro gravimétrico. Outra proposta consiste em utilizar as altitudes normais que são atualmente recomendadas pelo IBGE (IBGE, 2019).

Salienta-se que embora o modelo oficial é o MAPGEO2015, a aplicabilidade do geóide local apresentado neste trabalho variará de acordo com a necessidade do usuário. Por fim, pôde-se contribuir com a comunidade técnica e científica, principalmente da região abordada, visto que pesquisas desta temática não são apresentadas para o Estado do Pará buscando com isso a otimização do posicionamento acurado, principalmente para obras de engenharia.

6 Referências

- Albarici, F.L.; Guimarães, G.N.; Foroughi, I.; Santos, M. & Trabanco, J.L.A. 2018. Separação Entre Geóide e Quase-Geóide: Análise das Diferenças Entre as Altitudes Normal-Ortométrica e Ortométrica Rigorosa. *Anuário do Instituto de Geociências*, 41(3): 71-81.
- Álvares, O.; Gimenez, M.; Folguera, A. & Tocho, C. 2018. GOCE Derived geoid changes before the Pisagua 2014 earthquake. *Geodesy and Geodynamics*, 9(1): 50-56. DOI: 10.1016/j.geog.2017.09.005.
- Alves, A.P. 2007. *Sobre a Técnica Fast Collocation (Colocação Rápida) na determinação do Geóide do Estado de São Paulo utilizando dados das missões CHAMP e GRACE*. Programa de Pós-graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado, 136p.
- Arana, D. 2016. *Modelos Geoidais Híbridos para o Estado de São Paulo: Desenvolvimento e Avaliação*. Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, Dissertação de Mestre em Ciências Cartográficas, 168p.
- Arana, J.M. 1999. *Determinação da Ondulação do Geóide Por GPS/Nivelamento e Modelos Geopotenciais*. Apostila da Disciplina de Geodésia Física do Departamento de Cartografia, Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP. Disponível em: < <http://www2.fct.unesp.br/docentes/carto/arana/detond.pdf> >. Acesso em: 30 nov. 2019.
- Arana, J.M. & Arana, D. 2013. Determinação de Altitude Ortométrica com Uso da Integração do GPS/Nivelamento ao Mapgeo2010. *Colloquium Exactarum*, 5(Edição Especial): 90-98. DOI: 10.5747/ce.2013.v05.nesp.000058.
- Arana, J.M. & Arana, D. 2014. Associação GNSS/Nivelamento ao MAPGEO2010 na Determinação da Ondulação Geoidal. In: V SIMPÓSIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS E TECNOLOGIA DA GEOINFORMAÇÃO, Recife.
- Arana, D.; Camargo, P.O. & Guimarães, G.N. 2017. Hybrid Geoid Model: Theory and Application in Brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 89(3):1943-1959. DOI: 10.1590/0001-3765201720160802.
- Blitzkow, D.; Matos, A.C.O.C.; Machado, W.C.; Nunes, M.A.; Lengruher, N.V.; Xavier, E.M.L. & Fortes, L.P.S. 2016. MAPGEO2015: O Novo Modelo de Ondulação Geoidal do Brasil. *Revista Brasileira de Cartografia*, 68(10): 873-1884.
- Brum, D.; Veronez, M.R.; Bordin, F.; Soares, G.; Nzinga, E.K.; Racolte, G.E.R. & Klein, I. 2020. Proposta de um Modelo Geoidal Geométrico Local aproximado baseado em dados GNSS e Nivelamento Geométrico: Análise comparativa com o MAPGEO2015. *Revista Brasileira de Geomática*, 8(12): 72-88.
- Castro Junior, C.A.C.; Guimarães, G.N. & Ferreira, N.C. 2018. O Modelo Geoidal de Goiás – MODGEO-GO. *Anuário do Instituto de Geociências*, 41(3): 460-469.
- Cerqueira, J.A.C. & Romão, V.M.C. 2010. Definição de uma Superfície Geoidal Local através de Posicionamento Por GPS (Modelagem para a Determinação de Altitudes Ortométricas através do Posicionamento por Satélites e Nivelamento Geométrico). *Revista Brasileira de Cartografia*, 62(Edição Especial 01): 307-315.
- Falavigna, G.P.; Bledow, G.D.; Souza, S.F. & Iescheck, A.L. 2018. Avaliação do modelo geoidal MAPGEO2015 no estado do Rio Grande do Sul. *Revista Brasileira de Cartografia*, 70 (3): 1033-1064.

- Fielder, J. 1992. Orthometric heights from Global Positioning System. New York, *Journal of Surveying Engineering*, 118(3): 70-78.
- Gemael, C. 2004. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. Paraná, UFPR, 319p.
- Guerra Neto, H.L. & Oliveira, C.H.R. 2018. Estudos Comparativos de Modelos Geoidais em Atendimento às Orientações da Agência Nacional de Águas para a Revisão das Curvas Cota x Área x Volume do Reservatório da UHE Serra da Mesa. *Revista Brasileira de Cartografia*, 70(1): 409-436.
- Guimarães, G.N. 2010. *A altimetria e o modelo Geoidal do Estado de São Paulo*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Transportes, Dissertação de Mestrado, 121p.
- IBGE. 2008. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS, Rio de Janeiro.
- IBGE. 2015. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil MAPGEO2015. Rio de Janeiro.
- IBGE. 2019. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais. 2ª edição. Rio de Janeiro.
- Jamur, K.P. 2007. *Estimativa da Resolução de Modelos Geoidais Globais Obtidos de Missões Satelitais e Gravimétricas Regionais para o Estado do Paraná com Base em Observações GPS sobre RNs*. Universidade Federal do Paraná, Dissertação de Mestrado em Ciências Geodésicas, 133p.
- Kao, S.; Ning, F.; Chen, C. & Chen, C. 2017. Using Particle Swarm Optimization to Establish a Local Geometric Geoid Model. *Boletim de Ciências Geodésicas*, 23(2): 327 - 337. DOI: 10.1590/S1982-21702017000200021.
- Kuroishi, Y. 2009. Improved geoid model determination for Japan from GRACE and a regional gravity field model. *Earth Planets Space*, 61: 807–813.
- Lee, D.H.; Yun, H.S.; Jung, H.; Cho, J.M.; Cho, J.H.; Jung, W.C & Hwangt, J.S. 2013. Transformation of Vertical Datum Surface in the Coastal Area using Hybrid Geoid Models. *Journal of Coastal Research, Special Issue*(65): 1427-1432.
- Lima, E.N. 2016. *Determinação e avaliação de geóide para o município de Porto Alegre/RS*, Universidade Federal Rural do Rio Grande do Sul, Dissertação de Mestrado em Sensoriamento Remoto, 62p.
- MAPGEO. 2019. Saiba mais - Modelo de Ondulação Geoidal: Avaliação do Modelo. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/geociencias/modelos-digitais-de-superficie/modelos-digitais-de-superficie/10855-modelo-de-ondulacao-geoidal.html?=&t=saiiba-mais-geociencias>>. Acesso em: 12 set. 2019.
- Marotta, G.S.; Almeida, Y.M. & Chuerubim, M.L. 2019. Análise da Influência do Valor de Densidade na Estimativa do Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal, Brasil. *Revista Brasileira de Cartografia*, 71(4): 1089-1113. DOI: 10.14393/rbcv71n4-49274.
- Matos, A.C.O.C.; Blitzkow, D.; Guimarães, G.N.; Lobianco, M.C.B. & Costa, S.M.A. 2012. Validação do MAPGEO2010 e comparação com modelos do geopotencial recentes, *Boletim de Ciências Geodésicas*, 18(1): 101-122.
- Monico, J.F.G. 2008. *Posicionamento pelo GNSS: Descrição, fundamentos e aplicações*. São Paulo, Editora UNESP, 476p.
- Nicacio, E.L. 2019. Alternativa para determinação de altitudes normais-ortométricas na Amazônia Legal Brasileira. *Revista Cartográfica*, 98: 175-195.
- Nicacio, E.L. & Dalazoana, R. 2018. Comparação entre abordagens absoluta e relativa em determinações altimétricas baseadas em observações GNSS e Modelos Globais do Geopotencial. *Revista Cartográfica*, 70(1): 1-39.
- Santos, W.J.; Seixas, A. & Santos, S.M. 2019. Evaluation of the Application and Efficacy of Geodetic and Topographic Methods in Inclined Land Surveys Susceptible to Risk Areas. *Anuário do Instituto de Geociências*, 42(4): 267-283. DOI: /10.11137/2019_4_267_283.
- Seeber, G. 2003. *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*. Berlin–New York, Walter de Gruyter, 546p.
- Silva; D.V.R. 2017. *Determinação de um Modelo Geoidal Local para o Distrito Federal*. Instituto de Geociências da Universidade de Brasília, Dissertação de Mestrado em Geociências Aplicadas, 172p.
- Sjoberg, L.E.A. 2003. Computational Scheme to Model the geoid by the Modified Stokes formula Without Gravimetry Reductions. *Journal of Geodesy*, 77: 423-432. DOI: 10.1007/s00190-003-0338-1
- Temba, P.; Nogueira, J.C.; Oliveira, V.E.S.; Nero, M.A.; Elmiro, M.A.T.; Deodoro, S.C. & Salim, D.H.C. 2019. Estudo da Influência da Ondulação Geoidal na Medição de Pontos Sobre a Superfície Física. In: *ESTUDOS INTERDISCIPLINARES: CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS*, Ponta Grossa – PR, Atena Editora, 2(1):1-13.
- Vermeer, M. 2018. *Physical Geodesy*, Helsinki, Aalto University, 371p.

Recebido em: 21/05/2020

Aprovado em: 17/11/2020

How to cite:

Pinto, P.V.S.; Corrêa, V.A.; Caldeira, M.C.O.; Caldeira, C.R.T.; & Elias, W.S. 2021. Validação do MAPGEO2015 e Determinação de um Geóide Local através de Posicionamento GNSS para a Mesorregiões Metropolitana de Belém e Nordeste Paraense. *Anuário do Instituto de Geociências*, 44: 34806. DOI 1982-3908_2021_44_34806