



Modelagem da Distribuição da Saturação de Água do Solo em Terrenos Complexos Baseada na Teoria de Similaridade – Proposição de Abordagem Lagrangiana
Modeling the Distribution of Water Saturation of the Soil Over Complex Terrain Based on Similarity Theory: Proposition of a Lagrangian Approach

Hugo Abi Karam

*Departamento de Meteorologia, Instituto de Geociências,
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza, Universidade Federal do Rio de Janeiro (IGEO-CCMN-UFRJ)
Av. Athos da Silveira Ramos, 274, Cidade Universitária, Ilha do Fundão, Rio de Janeiro-RJ, Brasil, 21941-916*

E-mail: hugo@igeo.ufrj.br

Recebido em: 09/10/2014 Aprovado em: 10/11/2014

DOI: http://dx.doi.org/10.11137/2014_2_139_150

Resumo

Neste trabalho propõe-se uma modelagem lagrangiana da distribuição de saturação de água do solo de terrenos complexos baseada na teoria de similaridade, com destaque para aspectos hidrometeorológicos. A distribuição da água precipitada no terreno é obtida como uma consequência da conservação de massa do escoamento, considerada a similaridade hidrológica ao longo de faixas de drenagem, sob diferentes condições de inclinação topográfica, captação e infiltração. A aplicação desse tipo de modelo de distribuição hidrológica permite uma otimização computacional, tanto na estimativa do déficit de saturação do solo quanto na distribuição da profundidade do lençol freático. A aplicabilidade da proposição lagrangiana é exemplificada para um morro suave e também para discutir qualitativamente a hidrologia da Baixada Fluminense encontrada ao norte da Região Metropolitana do Rio de Janeiro (RMRJ), RJ, Brasil. Mostra-se que uma resolução espacial inferior a 90 m deve ser empregada para considerar os detalhes do problema. Os resultados destacaram o papel da topografia complexa, incluindo a hidrologia de planícies fluviais e as modificações antrópicas da superfície (na forma de canais de escoamento urbano e urbanização) para a compreensão da hidrometeorologia da RMRJ.

Palavras chave: Modelagem da distribuição hidrológica; Terreno complexo; Hidrometeorologia urbana tropical.

Abstract

This work proposes a Lagrangian modeling of the distribution of water saturation of the soil based on the theory of topographical similarity of complex terrain, highlighting hydrometeorological aspects. The distribution of the precipitated water on the ground is obtained as a consequence of the conservation of mass flow, considered the hydrological similarity along drainage tracks under different topographic slope, catchment and infiltration. The distributor model allows advances in computational optimization of both the saturation deficit and water table. The applicability is exemplified with a surface of a gentle hill and also applied to discuss hydrology of the plain found northward of the Metropolitan Area of Rio de Janeiro. It is shown that a spatial resolution smaller than 90 m should be used to consider the details of the problem. The results highlighted the role of complex topography, including the hydrology of floodplains and anthropogenic modifications of the surface (in the form of urban runoff channels and urbanization) for a more complete understanding of the hydrological distribution of the Metropolitan Area of Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

Keywords: Modeling of the hydrological distribution; Complex terrain; Tropical urban hydrometeorology.

1 Introdução

O modelo hidrológico topmodel (Beven & Kirkby, 1979; Beven, 1998; 2004) é uma importante ferramenta hidrológica usada para estimar o perfil vertical de saturação hídrica do solo, a distribuição da saturação e a profundidade dos escoamentos superficial e subterrâneo encosta abaixo. Isto é possível com a aplicação de uma teoria de similaridade hidrológica (TSH), consistente do ponto de vista do balanço de massa, definida por uma função universal de similaridade que relaciona a inclinação topográfica, a área de infiltração a montante e a recarga característica do aquífero subterrâneo (Kirkby, 1997).

O parâmetro de similaridade, conhecido como índice topográfico de Kirkby, emerge da TSH, apresentando a seguinte expressão, $\gamma = a / \tan(\beta)$, na qual a representa a área de captação a montante por unidade de largura da faixa de drenagem (isto é, não local na posição x), em unidades ($m^2 m^{-1} = m$) e β o ângulo de inclinação do terreno em relação ao plano horizontal, em radianos (Kirkby, 1997).

Note-se que, do ponto de vista lagrangiano, a área drenada morro acima (A) em unidades de (m^2) pode ser expressa por

$$A = \sum \sum Prob(u_n | q_m) \Delta x \Delta y \quad (1)$$

Na qual m e n representam os índices de pontos distintos da discretização espacial, Δx é o espaçamento de grade na direção oeste-leste, Δy é o espaçamento de grade na direção sul-norte. $Prob(u_n | q_m)$ expressa a probabilidade condicional de que a água da chuva (q_m), captada no elemento de área do pixel m , possa escoar até a área de vizinhança do pixel n , na forma de escoamento superficial ou subsuperficial (u_n) (*runoff*).

O escoamento superficial está associado ao valor da chamada “precipitação efetiva”, ou seja, aquela parte da precipitação que efetivamente contribui para o escoamento horizontal em direção ao exutório (ou rio), em geral, estimada como diferença da taxa de precipitação instantânea menos os valores das taxas de infiltração, de evapotranspiração e de interceptação pela vegetação, construções e outros elementos retentores da superfície.

Quando o valor da precipitação efetiva é pequeno significa que a infiltração deve ser grande e consequentemente o solo deve apresentar condições afastadas da saturação. As vizinhanças na Eq. (1) podem ser definidas como funções de Δa .

Uma forma de expandir a abordagem lagrangiana do problema hidrológico da distribuição é considerar uma matriz de transiliência T da precipitação - vazão (representando um processo que ocorre da fonte ao destino). Essa matriz tem N^2 elementos, e pode ser associada à probabilidade de ocorrer a transição entre pontos ou pixels diferentes da bacia hidrográfica. Os elementos normalizados da matriz T resultam na soma dos elementos das linhas ou das colunas igual a unidade, em forma análoga ao definido pela Teoria de Transiliência da difusão atmosférica não local, proposta originalmente por Stull (1988).

A formulação mais conhecida do modelo hidrológico topmodel é baseada na estimativa da distribuição do parâmetro de similaridade topográfica, usando uma distribuição característica do espaço de fase hidrológica, similarmente ao que se faz em uma mudança de variável espacial. A partir daí os resultados das distribuições dos défices de saturação do solo e celeridade do escoamento subterrâneo podem ser remapeadas no sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z). Produz-se assim, imagens da distribuição hidrológica, com pacotes de visualização científica (por exemplo, Matlab/octave, gnuplot, etc). As coordenadas (x, y, z) representam a longitude, a latitude e a altitude acima de um determinado nível de referência, respectivamente. A utilização do espaço de fase reduz muito a demanda computacional, uma vez que a equação modelada (uma aproximação da chamada “equação da onda cinética”) não precisa ser resolvida numericamente para cada ponto do domínio espacial (x, y). Além disso, reduz o erro de truncamento que diminui juntamente com o número de operações matemáticas necessárias para estabelecer a distribuição. Esta é uma característica comum dos esquemas de solução numérica semi-lagrangianos (Xue *et al.* 2003).

De acordo com Beven (2004), a redução fenomenológica proposta para o topmodel permite explorar a inter-relação entre a resolução da grade de discretização topográfica (definida a priori) e a calibração de um número bem limitado de parâmetros destacadamente independentes, em primeira aproximação, sob diferentes condições hidrometeorológicas. Esta redução fenomenológica facilita a análise e a comparação com modelos explícitos, nos quais a solução numérica deve ser obtida para cada ponto de discretização do espaço físico, isto é, pontos distribuídos no espaço tridimensional. Em geral, os modelos plenamente distribuídos tridimensionais tem um número de parâmetros muito maior a calibrar, por vezes

centenas de parâmetros. O topmodel tem apenas seis (6) parâmetros sensíveis e métodos de otimização podem ser implementados numericamente de forma eficiente. Diferentes métodos de otimização são revisados e codificados por Press *et al.* (1996), por exemplo, o método *simplex* multidimensional. Entre as implementações numéricas do modelo topmodel citamos aqui duas: a codificação em Matlab de Romanowicz (1997) e a biblioteca R-hydro em C++ do R.

A primeira etapa de aplicação do topmodel é a análise estatística da distribuição espacial do índice topográfico (γ) da bacia hidrográfica, para definir sua função densidade de probabilidade (*f_dp*), assim como, usar um número de classes de similaridade apropriado para ao longo da escala do índice, estabelecendo os extremos de classe a partir dos quantis, ou seja, dos valores que separam intervalos de mesma probabilidade da função distribuição acumulada (*f_da*).

A segunda etapa corresponde à aplicação do modelo, na qual obtém-se um diagnóstico do estado hídrico do subsolo para cada intervalo de classe do parâmetro de similaridade. A terceira etapa é o retorno para o espaço físico, seguida de visualização e análise. O diagnóstico também pode ser complementado por etapa prognóstica, na qual a precipitação efetiva (*runoff*) é estimada a partir de modelagem.

De acordo com Kirkby (1997) as premissas fundamentais do topmodel e da aproximação da onda cinética são:

- a escala de tempo do ajuste hídrico na zona saturada do solo deve ser bem maior que o intervalo de tempo da discretização temporal;
- a área de concentração corresponde à área de infiltração a montante (*a*);
- o gradiente hidráulico (horizontal) da zona saturada é função da inclinação do terreno (β) e
- a recarga da zona saturada (*j*) (recarga vertical) é assumida constante no intervalo de tempo.

Em geral, a transferência do escoamento até o exutório (roteamento) é implementada de acordo com a previsão da teoria do reservatório linear ou por uma classe de funções de transferência (Beven, 2004). O topmodel utiliza dois reservatórios lineares: o primeiro para representar a zona não saturada, um representando o reservatório da

intercepção e da zona das raízes da vegetação, no qual o deficit associado à evapotranspiração e ao tipo de cobertura do solo são considerados e o outro abaixo, para representar a zona saturada (isto é, o aquífero) (Beven, 2004).

As diferentes implementações numéricas baseadas na proposta original do topmodel têm mantido a maioria das hipóteses básicas (Beven & Kirkby, 1979; Beven, 1998). As principais modificações referem-se à forma da função da taxa de infiltração do solo. Destaca-se também as propostas em direção ao relaxamento das condições de homogeneidade da precipitação e infiltração. Em sua discussão sobre as diferentes implementações numéricas Beven (2004) propõe o conceito de equifinalidade entre modelos hidrológicos, com destaque para a investigação dos parâmetros efetivos aos quais os resultados mostram-se sensíveis. Neste caso, estimativas robustas das incertezas podem ser obtidas a partir de conjuntos de simulações (técnicas de *ensemble*), assim como valores otimizados dos parâmetros, por exemplo, utilizando Filtro de Kalman. Pragmaticamente, uma técnica de conjunto denominada GLUE tem sido empregada por Beven (2004) para obter estimativas efetivas dos parâmetros. Neste sentido, para a verificação da efetividade dos modelos hidrológicos, Moriasi *et al.* (2007) têm recomendado a utilização indicadores estatísticos apropriados.

Uma das metas da hidrometeorologia relaciona-se à previsão de curtíssimo prazo (de minutos a poucas horas, do inglês, *nowcasting*). Esse tipo de previsão dá suporte a uma análise dos riscos hidrometeorológicos associados à ocorrência de precipitações, deslizamentos de encostas inclinadas, enchentes repentinas e torrentes cinéticas de lama e material carreado com celeridade sobre áreas de risco habitadas. As condições de risco podem exceder a capacidade de resposta governamental e da sociedade, caracterizando os riscos maiores (como catástrofes, por exemplo, os deslizamentos generalizados na Zona Serrana do RJ). Neste caso, as consequências desses eventos catastróficos perduram por um período maior que o tempo de ocorrência da catástrofe, podendo desencadear surtos epidêmicos e infecções associadas ao contato direto com água contaminada (por exemplo, de leptospirose, diarreia infecciosa, amebíase, hepatite, esquistossomose), interrupções dos serviços públicos essenciais, impossibilidade de transporte, desabastecimento de alimentos, água potável, eletricidade e comunicações. Daí a importância do aprendizado com a experiência passada e do treinamento da população em áreas de

risco, em ações de gestão pré-crise. Uma discussão compreensível do conceito de risco ambiental é dada por Dagnino & Carpi Junior (2007).

Análises estatísticas da ocorrência da Zona de Convergência do Atlântico Sul (ZCAS) indicam que sua presença pode ser associada a valores elevados de quantis de precipitação no Estado do RJ (Carvalho *et al.* 2014). Chuvas intensas também podem ocorrer em associação à formação de um canal de vapor de água e convergência entre a Amazônia e o Sudeste, que apresenta características similares à da ZCSA, mas uma escala de tempo menor. Além disso, existem indícios do papel das chuvas orográficas para o entendimento dos desastres ambientais com deslizamentos de encostas no RJ (Souza & Karam, 2014).

Durante a ocorrência de eventos de risco ambiental associados ao ramo atmosférico do ciclo da água, grande número de áreas suscetíveis ao risco devem ser monitoradas pelo governo, de acordo com critérios de vulnerabilidade e frequência de ocorrência dos eventos de perigo à população. As áreas de risco ao longo da Serra do Mar são encontradas principalmente em bairros localizados em encostas de morros, em vales estreitos de Zonas Serranas, em várzeas e baixadas urbanas sujeitas a inundações (TR-FAPESP, 2003).

O *nowcasting* é um tipo de previsão de tempo de curtíssimo prazo (minutos a horas), utilizado em geral para prever a ocorrência de precipitações, feita a partir de imagens de satélite e de radar disponibilizadas em alta taxa de amostragem (idealmente de minuto a minuto no caso de imagens de radar para acompanhamento do movimento de grupos de tempestades). Seu emprego estende-se além da previsão de tempo severo (seja por modelagem numérica ou por análise objetiva dos campos observados), abrangendo também a solução de problemas hidrometeorológicos, como a definição das condições da distribuição de água no solo, condições de reabastecimento de mananciais de água potável, aplicação de índices de severidade de seca, emprego de modelos chuva - vazão, modelos de chuva - deslizamento de encostas inclinadas, além da complementação às previsões de fenômenos de mesoescala e microescala, como por exemplo, para previsão de correntes descendentes de ar frio oriundas das nuvens da base de tempestades (precipitantes ou não), monitoramentos de rajadas e cisalhamento do campo de velocidade do vento, suporte a operações portuárias aéreas e marítimas, monitoramento das condições de dispersão de plumas poluentes e da redução das concentrações atmosféricas de gases

e partículas tóxicas, por remoção úmida (efeito da precipitação) e seca (colisão e coalescência de partículas), etc.

O acesso *online* a dados (brutos) de radar e o emprego de *softwares* especiais para análise permite estabelecer os procedimentos efetivos e operacionais que automatizam a previsão e alertas de muito curto período. Por esta e outras razões é que o *nowcasting* tem recebido maior atenção no Brasil, dadas as novas facilidades tecnológicas (disponibilidade de radares de diferentes bandas, polarizações, análise Doppler, modelos computacionais de tempestades) e o aumento das demandas sociais para aplicação dos princípios de proteção social e ambiental, prevenção e precaução frente aos desastres, principalmente nas áreas metropolitanas do Brasil.

Hoje, certamente é possível avançar na construção de sistema de monitoramento, análise e previsão de curto período, em particular nas regiões metropolitanas, nas quais as condições da urbanização produziram um enorme conjunto de áreas de risco maior. Em associação com a formação das Ilhas de Calor Urbanas (Oke, 1987), a chuva tende a cair mais nas áreas urbanas muito aquecidas, por exemplo, na Região Metropolitana de São Paulo (RMSP), do que sobre as áreas periféricas, aonde ocorre a captação de mananciais de água potável, que ficam a volta da metrópole paulista (Pereira Filho *et al.* 2007). No caso de presença de barreiras topográficas, como é o caso das encontradas na Região Metropolitana do Rio de Janeiro (RMRJ), podem ocorrer precipitações orográficas, na forma de cortinas de chuva de nuvens Nimbo-estratos, associadas a intensa advecção de ar úmido marítimo sobre as encostas de morros e escarpas da Serra do Mar. Neste último exemplo, ventos de componente Sul, pós-frontais e intensos, são particularmente favoráveis à ocorrência de chuvas orográficas sobre as encostas de morros da RMRJ e da Serra do Mar mais ao Norte, com consequências também sobre a Região Serrana do RJ.

A aplicação de princípios de prevenção e precaução deve ser considerada a partir da dinâmica do processo deflagrador do risco, composto por quatro módulos inter-relacionados (Figura 1). O aprendizado governamental e social decorrente da análise dos momentos de pré-crise, crise e pós-crise aos desastres ambientais é de fundamental importância para a redução de suas consequências menores e maiores, a curto, médio e longo prazo, definindo assim um ciclo contínuo de elaboração, aprendizado e treinamento dos diversos atores envolvidos.

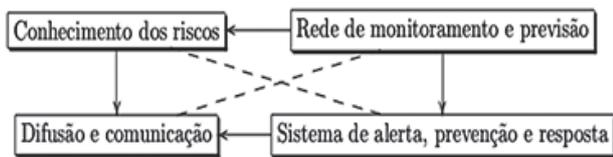


Figura 1 - Quatro módulos de um sistema de alerta e prevenção de desastres naturais.

A abordagem hidrometeorológica permite complementar a previsão de escala sinótica, pelo uso de dados de alta resolução temporal e espacial, como já indicado anteriormente, dados de precipitação por satélite e de radar meteorológico, gerados em ciclos de curta atualização (minutos). Devido ao caráter não linear da atmosfera, procedimentos de *downscaling*, *nowcasting* e análises com filtro de Kalman são muito importantes pela possibilidade de integrar dados de diferentes origens em um análise conjunta (Gao & Li, 2008). Desta forma, os hidrometeorologistas previsores podem se beneficiar da construção de campos atmosféricos coerentes do ponto de vista físico, permitindo-lhes realizar a crítica aos prognósticos automatizados e a análise de fatores mais relevantes caso a caso, sejam em situações correntes (de baixo risco ambiental), como também naquelas que prenunciam riscos maiores. A análise dos fatores mais relevantes pode ser obtida por planejamento fatorial (Stein & Albert, 1993).

2 Metodologia

A aplicação da teoria de similaridade ao longo de uma faixa de drenagem estreita de uma bacia hidrográfica leva ao equacionamento do modelo de distribuição hidrológica topmodel (Beven, 1998; 2004; Montesinos-Barrios & Beven, 1998; Kirkby, 1997). Neste modelo um índice de similaridade topográfica (chamado índice topográfico ou índice de Kirkby) é obtido a partir da aplicação da teoria de similaridade ao problema de conservação da água captada ao longo de uma faixa de drenagem topográfica (Figura 2).

A distribuição hidrológica pode ser escrita em termos do deficit de saturação de água no solo (D) ou em termos da distribuição da profundidade do lençol freático (z_w). Em consequência das condições de similaridade, pontos do relevo com mesmo índice topográfico apresentam resposta hidrológica semelhante, isto é, um mesmo valor de D .

A teoria de similaridade assume que o gradiente hidráulico local, que distribui as componentes vertical e horizontal do escoamento de água sobre

a topografia, pode ser dada por uma função da inclinação do terreno. Uma das consequências da aplicação do distribuidor hidrológico topmodel é a obtenção de um custo computacional reduzido.

Para o tratamento do perfil do solo, no topmodel considera-se apenas dois reservatórios lineares, o superior chamado zona não-saturada e o inferior chamado zona saturada. A zona não saturada tem sua fração de água líquida definida pela convergência do escoamento de água oriundo da área a montante e da perda de água devido à recarga da zona saturada (aquífero) abaixo. Quando a profundidade do lençol freático se iguala a zero por acumulação ou redução do deficit de saturação, a condição de saturação é alcançada à superfície do solo. Neste caso, a taxa de precipitação produz diretamente um escoamento de água sobre a superfície. Portanto, um objetivo do distribuidor é o cálculo do deficit de armazenamento ou a profundidade do lençol freático, pelo diagnóstico realizado sobre todos os pontos da bacia, a cada passo de tempo. A teoria de similaridade topográfica permite relacionar o deficit de estocagem mediano da bacia com os défices locais da distribuição do índice topográfico.

Na versão originalmente proposta para o topmodel, considera-se que ambas a condutividade e transmissividade vertical decaiam com a profundidade do solo de acordo com uma função exponencial, mas também outras funções como as funções potenciais generalizadas, podem ser empregadas (Beven, 1998; 2004).

2.1 Fundamentação Teórica

Considera-se uma faixa de drenagem típica, descendente de acordo com gradiente da topográfica, que seja responsável pela captação e transporte da água precipitada a montante, isto é, desde sua cabeceira até o ponto de tomada da vazão, chamado exutório (Figura 2).

Seja I o valor médio da taxa de precipitação, em unidades básicas ($L^3 L^{-2} T^{-1}$) e unidades dimensionais no Sistema Internacional (S.I.) ($m^3 m^{-2} s^{-1}$) ou ($m s^{-1}$), observada ao longo da faixa de drenagem. Similarmente, considere J como a descarga da zona não saturada na zona saturada do solo (isto é, recarga do aquífero), também em unidades ($L^3 L^{-2} T^{-1}$) ou ($L T^{-1}$). O nível do lençol freático (z_w) indica o nível de separação das zonas saturada e não saturada da coluna de solo. A diferença $U = I - J$ indica o valor líquido da densidade de fluxo vertical de água que permanece na zona não

saturada. A unidade de U também é ($L T^{-1}$). Note-se que U está tanto associado ao escoamento horizontal quanto ao vertical.

O nível do lençol freático indica o nível de separação das zonas saturada e não-saturada da coluna de solo.

Seja $i = I/w$ a taxa de precipitação por unidade de largura da faixa de drenagem (w), no topo da zona não saturada, assim como $j = J/w$ é a descarga da zona não saturada na zona saturada por unidade de largura da faixa de drenagem. Assim, $U = I - J$ representa o saldo líquido de recarga da zona não saturada, por unidade de largura da faixa de drenagem. As variáveis i , j e u apresentam unidades ($m^3 m^{-2} m^{-1} s^{-1}$) ou simplesmente (s^{-1}). Quando a camada superior do solo já se encontra saturada, obtém-se $u = i$ desde que $j = 0$. Neste caso, toda a precipitação contribuirá para ao escoamento superficial.

A recarga da zona saturada (camada inferior) é exatamente igual à descarga da zona não saturada do solo (camada superior). A recarga do volume de solo entre a superfície e o lençol freático (limite superior da zona saturada) ao longo da faixa de drenagem, limitada pelos extremos do segmento de coordenada curvilínea, x e $x + \Delta x$, por unidade de largura da faixa de drenagem, pode ser obtida aproximadamente pela diferença entre $u_2 = i - (j + \Delta j)$ e $u_1 = i - j$. Por hipótese, as variações de i e j ao longo da faixa de drenagem não são consideradas. Portanto, i e j devem ser interpretados como medianas ao longo da faixa de drenagem. Se A é a área (coletora ou de captação) a montante do ponto x , em (m^2) e $a = A/w$ é seu valor por unidade de largura da faixa de drenagem, em unidades de (m), obtém-se a recarga volumétrica por unidade da faixa de drenagem, q , em unidades básicas ($L T^{-1}$) e dimensionais ($m s^{-1}$). Expressa-se

$$q = ua = (i - j)a \quad (2)$$

Escreve-se a integral espacial do fluxo de recarga por unidade de área da camada superior como $Q = (qw) = (i - j)(aw)$, que pode ser expresso da seguinte forma

$$Q = qw = (I - J)a \quad (3)$$

em unidades básicas [$L^3 L^{-2} L T^{-1}$] = [$L^2 T^{-1}$] ou dimensionais ($m^2 s^{-1}$). Para obter-se a densidade de fluxo em termos de massa de água (q_m) faz-se

($q_m = \rho_w q$), em unidades de ($kg m^{-2} s^{-1}$), sendo ρ_w a densidade da água ($1000 kg m^{-3}$).

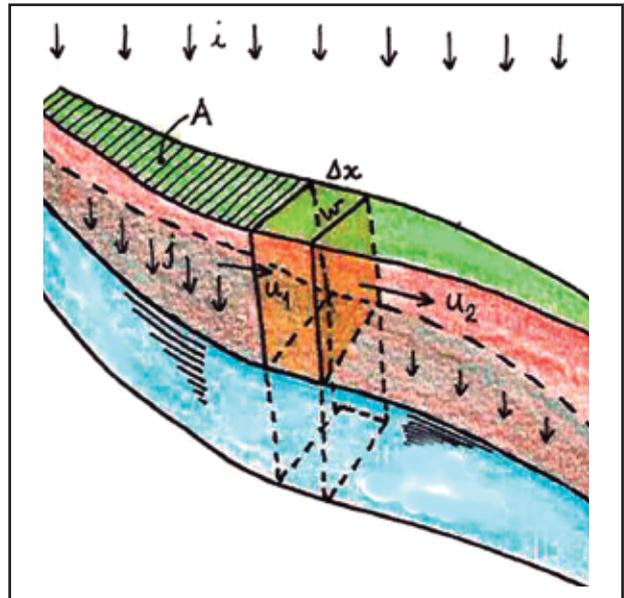


Figura 2 Representação de uma faixa de drenagem de uma bacia hidrográfica (Kirkby, 1997). Duas camadas representam o solo acima da rocha impermeável. A camada superior é uma zona não saturada, mas que pode se saturar. A camada inferior é a zona saturação correspondente ao aquífero.

Estima-se o efeito do acumulado diferencial de água ao longo da faixa de drenagem a partir da conservação da massa de água (equação da não divergência). Isto implica que a variação temporal da fração volumétrica de água na camada superior do solo por unidade de área pode ser obtida da divergência horizontal do fluxo acumulado ao longo da área a montante da secção transversal (figura 2).

Se a razão de saturação volumétrica de água no solo é definida pela expressão $\alpha_w = (w_g / w_{max})$, na w_g qual é a fração volumétrica de umidade do solo (adimensional) e w_{max} seu valor máximo (cujo valor típico, aproximadamente 45 %). Logo, o deficit de saturação do solo pode ser escrito como $D \equiv (1 - \alpha_w) / (1 - \min \alpha_w)$, sendo $\min \{ \alpha_w \} \approx 0.1$. Disso resulta que $\alpha_w = 1 - D [1 - \min \{ \alpha_w \}] = 1 - D$. Consequentemente, a derivada será dada por

$$\frac{\partial \alpha_w}{\partial t} \approx \frac{\partial (1 - D)}{\partial t} = - \frac{\partial D}{\partial t} \quad (4)$$

Como D e z_w se relacionam pela seguinte expressão $-z_w / \min(z_w) = D / \max(D)$, escreve-se

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -Z_w^{-1} \frac{\partial z_w}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (5)$$

sendo $Z_w = |\min\{z_w\}/\max\{D\}| \approx |\min\{z_w\}|$ a relação de proporcionalidade estimada a partir dos valores observados mínimo de z_w e máximo de D (≈ 1). A recarga da zona superior, resultante da divergência do fluxo horizontal, pode ser expressa como

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [(i - j)(wa)] \quad (6)$$

sendo aproximada por diferenças finitas como

$$\frac{Q}{x} \approx \frac{1}{\Delta x} \{ [i - (j + \Delta j)] * [wa + \Delta(wa)] - [(i - j)(wa)] \} \quad (7)$$

Efetuem-se as multiplicações, desprezem-se os termos de segunda ordem das perturbações para obter-se

$$w \frac{\Delta q}{\Delta x} \approx (i - j) \frac{\Delta(wa)}{\Delta x} - (wa) \frac{\Delta j}{\Delta x} \quad (8)$$

A hipótese de que o comprimento da faixa de drenagem possa ser muito maior que sua largura em dado ponto implica na seguinte aproximação linear $\Delta(wa)\Delta j = O(\Delta x^2)$, obtida com auxílio do teorema das proporções geométricas de Tales. Obtém-se as seguintes aproximações $(w/x) \approx (\Delta w/\Delta x)$ e $w^{-1}(\Delta wa/\Delta x) \approx 1 + O(\Delta x^2)$. Após substituição, obter-se, em unidades de $[T^{-1}]$,

$$\frac{\Delta q}{\Delta x} \approx a \frac{\Delta j}{\Delta x} - (i - j) \quad (9)$$

O lado esquerdo da Eq. (9) é a razão da diferença de fluxo volumétrico de recarga (vertical) do solo, por unidade de largura da faixa de drenagem, e a unidade do elemento de comprimento (da área de recarga). Portanto, igual à variação temporal da área de drenagem relativa a montante do ponto, expressa em (s^{-1}). A equação diferencial pode ser obtida tomando-se o limite $\Delta t \rightarrow 0$. Então

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial x} \approx a \frac{\partial j}{\partial x} - (i - j) \quad (10)$$

Esta equação diferencial estabelece a continuidade de massa ao longo da faixa de drenagem (Kirkby, 1997).

2.2 Índice de Similaridade Hidrológica

Inicialmente, considera-se uma mudança da coordenada espacial que mede a distância ao longo da faixa de drenagem, da coordenada x para a nova coordenada $x' = (aj/\Lambda)$, na qual Λ é a inclinação (local) da topografia no ponto P (adimensional). É certo que a nova coordenada cresce monotonicamente com a área drenada a montante e com x , sendo modulada pela inclinação do terreno. Quanto menor essa inclinação, por exemplo, em direção à planície de deposição, maior será a distância x' dada por essa nova coordenada.

A unidade de x' é ($m s^{-1}$) é similar àquela da velocidade do escoamento (celeridade), bem diferente da unidade da coordenada x em (m). Esta unidade evidencia a natureza cinemática da nova coordenada, agora também associada à celeridade potencial do fluido em escoamento (ou inércia acumulada), a água.

O tipo de mudança de coordenada de x (posição) para $v=x'$ (com unidade de momento ou celeridade) é muito comum em problemas variacionais, particularmente em referência às derivadas presentes na equação diferencial de Euler no caso geral, associada ao princípio variacional (por exemplo, Haltiner & Williams, 1980). É interessante se notar essa ocorrência dessa mudança de coordenadas no problema hidrológico, indicando que as trajetórias do escoamento de água estão condicionadas (em restrição forte) pela distribuição topográfica.

Primeira hipótese (similaridade topográfica universal) - Supõe-se que exista uma relação funcional entre a coordenada transformada (aj/Λ), o deficit de saturação (D) e a inclinação da topografia (Λ), tal que

(11)

$$x' = \frac{q}{\Lambda} = aj/\Lambda = \varphi(D) \Leftrightarrow D = \varphi^{-1}(aj/\Lambda) = \Psi(aj/\Lambda) = \Psi(x')$$

Note-se que $\Psi = \varphi^{-1}$, tal como o par de funções inversas exp e ln .

Segunda hipótese (recarga constante do aquífero) – Supõe-se em primeira aproximação que a recarga do aquífero seja homogênea, $(\partial j/\partial x) \approx 0$, no intervalo de tempo considerado (Δt). Isto em geral é bem justificado para bacia hidrográficas pequenas e/ou chuvas estratiformes cuja escala espacial seja maior que a dimensão da bacia, ou mesmo chuvas convectivas acumuladas

(espaçadas dentro da bacia), mas que ocorram durante um intervalo de tempo suficientemente grande para garantir a homogeneidade da recarga vertical do aquífero. Lençóis freáticos profundos em finais de período de recessão (tal como o inverno hidrológico em latitudes tropicais) também são favoráveis à verificação da hipótese. Naturalmente, áreas urbanizadas (impermeabilizadas) interferem na distribuição da recarga.

Substituindo ambas as hipóteses na Eq. (10) obtém-se

$$m \frac{1}{j} \frac{\partial j}{\partial t} \approx i - j \quad (12)$$

O parâmetro m é o gradiente de Ψ em relação ao índice de similaridade de Kirkby,

$$m \equiv - \frac{\partial \Psi}{\partial \ln(aj / \Lambda)} \equiv - \frac{\partial D}{\partial \ln(x')} \quad (13)$$

Na prática, obtém-se m indiretamente por calibração à partir da curva de recessão (vazão versus tempo). Integrandose entre um valor definido de referência, por exemplo, a mediana e o estado atual resulta

$$\Psi - \Psi_{med} = -m \ln(aj / \Lambda) + m [\ln(aj / \Lambda)]_{med} \quad (14)$$

na qual, m é um parâmetro empírico da bacia hidrográfica e o sufixo *med* indica as medianas. Essa equação corresponde à terceira hipótese do topmodel (m =constante), expressa aqui como uma relação de escala, ou seja, $Y = aX^b$, sendo a o coeficiente de escala (ou amplitude de Y) e b o expoente associado à forma da função, igual ao logaritmo de (Y/a) , expresso na base X . Denominando $\gamma \equiv \ln(aj / \Lambda)$ como índice topográfico reescreve-se

$$\Psi - \Psi_m = -m(\gamma - \gamma_m) \quad (15)$$

Considerando-se a identidade entre D e Ψ e a relação de proporcionalidade entre D e Z_w resulta

$$D - D_m = -m(\gamma - \gamma_m) \quad (16)$$

e

$$z_w - (z_w)_m = -m_2(\gamma - \gamma_m) \quad (17)$$

Na qual m_2 é outro parâmetro empírico a ser obtido por calibração. Estas relações, que advêm ambas da terceira hipótese são consequência, do ponto de vista formal, da aplicação teorema PI (Vaschy, 1892; Buckingham, 1915; Hanche-Olsen 2004) ao problema da distribuição ao longo da faixa de drenagem. A utilização do teorema PI em problemas de difusão atmosférica foi realizada por Taylor (1950 a, b) e por Monin e Obukhov para obtenção da importante Teoria de Similaridade da Camada Limite Superficial (Kaimal & Finnigan, 1994). No Brasil, até 2014, as aplicações mais conhecidas do teorema PI são para a análise dimensional de problemas de engenharia (Carneiro, 1996).

Retornando ao problema hidrológico, a distribuição de \mathcal{Y} pode ser obtida inicialmente, de uma vez por todas, quando o topmodel é aplicado para as condições hidrológicas de uma microbacia, na qual a precipitação possa ser considerada uniforme. Uma vez obtida a distribuição de \mathcal{Y} , obtém-se expressamente a distribuição de D pela aplicação do modelo distribuidor $D - D_m = -m(\gamma - \gamma_m)$. A evolução temporal de D depende particularmente da evolução temporal de sua mediana D_m , que precisa ser obtida por modelagem. Em geral, a evolução da mediana é obtida partir de um modelo de coluna de solo tipo *Stanford Watershed Model* (SWM) (Crawford & Burgues, 2004), que em sua versão em linguagem fortran é conhecido por HSPF (Bicknell *et al.*, 1997). Note-se que o código HSPF constitui a rotina de base empregada nos modelos hidrológicos distribuídos recomendados da *U.S. Environmental Protection Agency* (EPA).

2.3 Decomposição Horizontal e Vertical do Escoamento Superficial

A recarga da zona saturada (correspondente à descarga na zona não saturada) ($q_v = q = aj$), devido ao fluxo vertical, é obtida a partir do gradiente topográfico local, $\Lambda = q_v / q_i$, definido em função das componentes horizontal q_i e vertical q_v do fluxo,

$$\begin{aligned} q_v &= aj \\ q_i &= q_v / \Lambda \end{aligned} \quad (18)$$

Tratam-se de valores medianos. O vetor fluxo volumétrico de água (q) pode ser decomposto em componentes ortogonais ao longo da faixa de drenagem inclinada em relação ao horizonte por um ângulo β (figura 3).

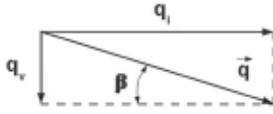


Figura 3 Componentes horizontal q_h e vertical q_v do vetor fluxo volumétrico ao longo da faixa de drenagem inclinada por ângulo β .

2.4 Estimativa do Índice Topográfico (Abordagem Lagrangiana)

A abordagem lagrangiana proposta baseia-se no conjunto de equações seguintes. Considera-se a equação de Langevin para as acelerações das parcelas do escoamento superficial sobre o terreno complexo dadas por

$$\begin{aligned} du &= A_u dt + B d\xi \\ dv &= A_v dt + B d\xi \\ dw &= A_w dt + B d\xi \end{aligned} \quad (19)$$

O vetor determinístico $A=(A_u, A_v, A_w)$ é associado à aceleração gravitacional na direção oposta ao gradiente da inclinação topográfica e à dissipação de momento devido fricção, ou seja,

$$A_i = -g(i \cdot \nabla z_g) - \alpha_m(i \cdot \bar{v}) \quad (20)$$

Os índices $i=u, v, w$ indicam as componentes do vetor velocidade do escoamento. O termo estocástico B é associado a uma escala de tempo de decorrelação espacial do escoamento superficial, sendo expresso por

$$B = \alpha_m \sqrt{(\sigma_m)^2} \quad (21)$$

O coeficiente α_m é o inverso da escala de tempo de dissipação devido fricção do fluido com a superfície e o meio poroso da camada de solo superficial. $(\sigma_m)^2$ denota a variância da velocidade do escoamento associado, assumidos os parâmetros do modelo distribuidor topmodel. ξ é um número aleatório associado à uma função de densidade de probabilidade de distribuição Normal, com média igual a zero e desvio padrão unitário. Assim,

$$\begin{aligned} du &= -g \sin[\tan^{-1}(\nabla z_g \cdot i)] dt - \alpha_m u dt + \alpha_m \sqrt{\sigma_m^2} d\xi \\ dv &= -g \sin[\tan^{-1}(\nabla z_g \cdot j)] dt - \alpha_m v dt + \alpha_m \sqrt{\sigma_m^2} d\xi \\ dw &= -g \cos[\tan^{-1}(\nabla z_g \cdot k)] dt - \alpha_m w dt + \alpha_m \sqrt{\sigma_m^2} d\xi \end{aligned} \quad (22)$$

Trata-se de um problema do tipo fonte - recepção. Uma integração com passos de tempo positivos conduz a concentração do escoamento em áreas de maiores valores do índice topográfico, e vice-versa. Desta forma, o algoritmo permite determinar tanto as áreas fontes (cabeceras ou fontes) como as áreas de deposição (receptoras).

Adicionalmente, nesta abordagem proposta considera-se o efeito da inércia do escoamento associado à fricção em meio poroso, além do controle da velocidade de escoamento pelo gradiente topográfico. Abordagens eulerianas de crescimento de área como a implementada no módulo R-hydro do R considera apenas o gradiente topográfico na estimativa da distribuição do índice topográfico e das áreas contribuidoras. Assim, a abordagem lagrangiana supera dificuldades da aplicação do método de crescimento de áreas (essencialmente um método geométrico) sobre planícies fluviais, onde os gradientes topográficos são praticamente nulos. Por outro lado, a inercial permite manter o escoamento até o momento em que o efeito dissipativo resulte em estagnação e acumulação.

3 Resultados Preliminares

3.1 Topografia Idealizada

A seguir exemplifica-se a aplicação de rotinas lagrangianas para obtenção de diferentes variáveis associadas à distribuição hidrológica. A figura 4 apresenta a imagem da superfície topográfica idealizada de um morro de formato gaussiano. O gradiente dessa superfície é bastante suave permitindo a aplicação da dispersão de partículas de forma regular e praticamente isotrópica ao longo do azimute. A distribuição de velocidades das partículas é mostrada na figura 5. Nota-se sobre as encostas a ocorrência de maiores velocidades das partículas. Na metodologia o efeito de fricção também foi considerado. Finalmente, o índice topográfico pode ser obtido considerando-se a área de captação e a inclinação de cada ponto da área (figura 8).

A figura 6 mostra o deslocamento médio (em metros) das partículas que atingem determinado ponto encosta abaixo. A figura 7 mostra o tempo (em s) decorrido para o correspondente deslocamento.

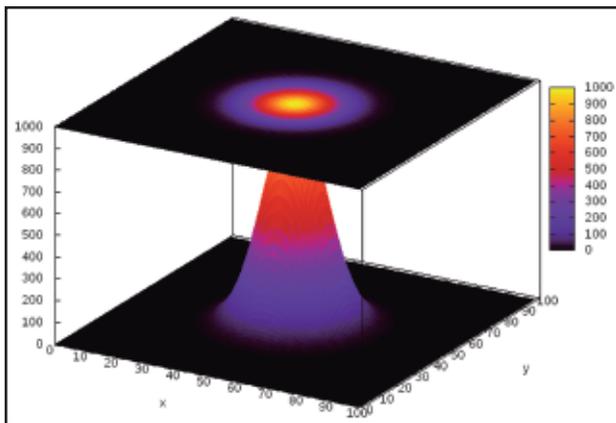


Figura 4 Topografia idealizada de um morro com altura 1000 m, modelado por uma função gaussiana. As coordenadas x e y são mostradas em (km).

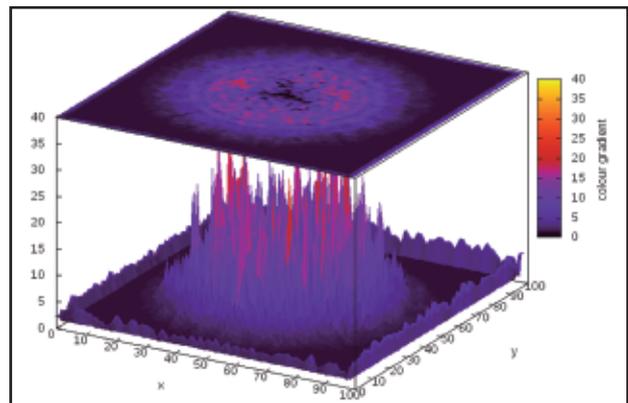


Figura 5 Celeridade do escoamento superficial associado à topografia de morro gaussiano idealizado. As coordenadas x e y são mostradas em (km).

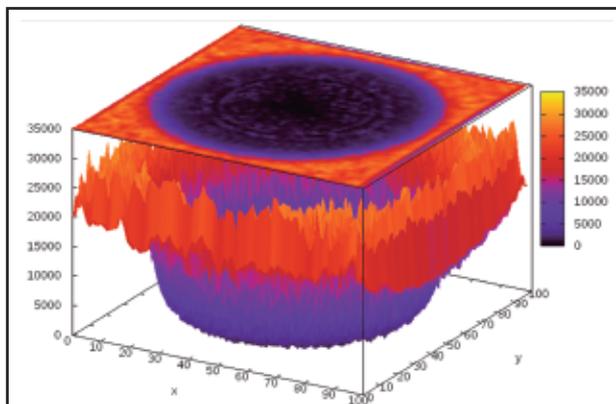


Figura 6 Deslocamento da distribuição de partículas sobre uma topografia de morro gaussiano idealizado. As coordenadas x e y são mostradas em (km).

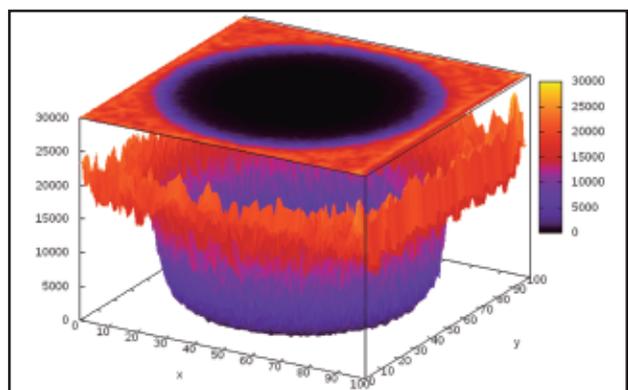


Figura 7 Tempo decorrido após a liberação da distribuição aleatória do conjunto de partículas (milhares) sobre uma topografia de morro gaussiano idealizado. As coordenadas x e y são mostradas em (km).

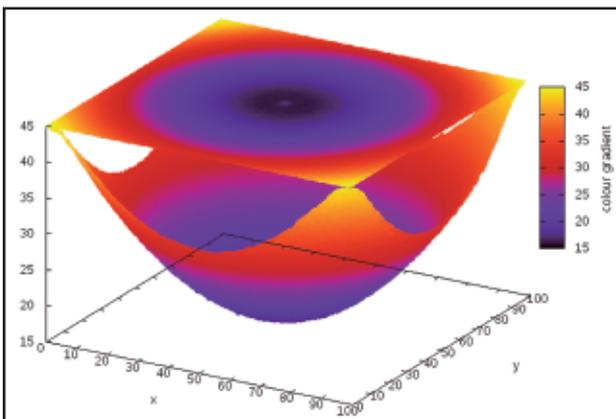


Figura 8 Índice topográfico de uma topografia de um morro gaussiano idealizado. As coordenadas x e y são mostradas em (km).

3.2 Teste com Topografia Realística da Baixada Fluminense-RJ

Uma vez que os testes realizados com a abordagem lagrangiana podem ser considerados

satisfatórios para a estimativa do índice topográfico, aplica-se a abordagem na estimativa da distribuição hidrológica em uma área da Baixada Fluminense (BF) à oeste da Baía de Guanabara, no RJ caracterizada por uma planície fluvial e terreno escarpado da Serra do Mar ao norte (figura 9).

A hidrologia da subárea indicada pelo retângulo hachurado da figura 9 é mostrada na figura 10. Para essa topografia mostra-se aqui apenas o deslocamento médio das partículas que atingem determinado ponto encosta abaixo depois de 3 horas de dispersão (figura 11).

Observa-se que muitas partículas se concentram em bolsões da planície da BF, o que pode ser comparado com as regiões de registro de inundações, indicadas na figura 10. O acúmulo de água na BF é parcialmente resolvido pela instalação de canais de drenagem superficial, de dimensão não resolvida pela resolução topográfica utilizada

nesse trabalho (SRTM 90m). Note-se na figura 10 o conjunto de canais lineares que drenam a água e sedimentos acumuláveis junto aos antigos mangues do bairro da Maré do Rio de Janeiro. Hoje o antigo mangue da Maré encontra-se aterrado para formação da área urbana (Bairro da Maré).

A resolução topográfica mostra-se como fator crítico para o roteamento da água, sob condições de distribuição rápida associada a grandes desníveis topográficos e declives acentuados. Polígonos de risco podem ser estimados a partir da análise derivadas dos resultados do topmodel, e não somente a vazão dos rios (hidrógrafas). O procedimento de atualização dos polígonos de risco como feito pelo Centro de Previsão Hidrometeorológica (HPC/NOAA/EUA) pode servir como modelo ao estabelecimento de rotinas aplicadas à gestão da distribuição do risco sobre terrenos topograficamente complexos, como os encontrados no Estado do Rio de Janeiro.

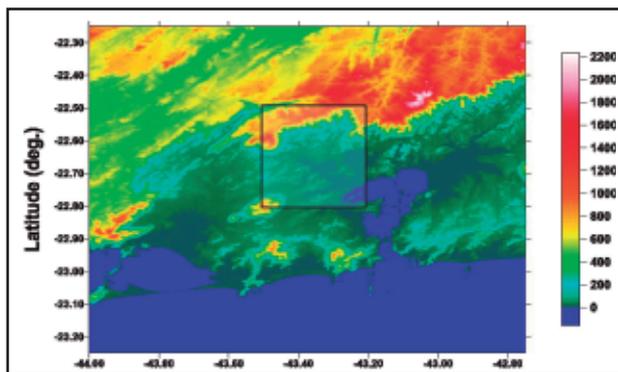


Figure 9 - Topografia complexa da área englobando a RMRJ. O retângulo hachurado indica uma área da “Baixada Fluminense” que apresenta terreno complexo, com escarpas da Serra do Mar, morros, rios e seus afluentes, mangues, planícies e áreas de deposição de sedimentos, além de canais de escoamento feitos pelo homem para reduzir enchentes locais. Fonte dos dados topográficos usados na construção da imagem: NASA (2014).



Figura 10 - Mapa de rios da Baixada Fluminense (Oeste da Baía de Guanabara) indicando também as áreas de risco de inundação (em cinza claro). Fonte do mapa: Secretaria de Estado do Rio de Janeiro.

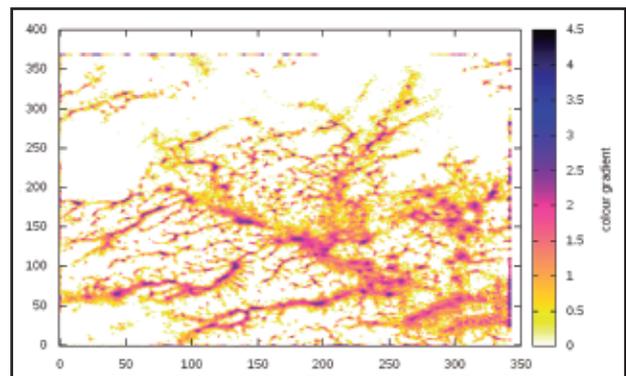


Figure 11 - Modelagem da concentração de partículas obtido com o esquema lagrangiano de dispersão para a área correspondente ao retângulo da figura 9.

4 Conclusões

Este trabalho revisa a derivação do índice de similaridade topográfica que constitui a base do modelagem de distribuição hidrológica sobre terreno complexos. Exemplifica-se a estimativa do índice topográfico por uma abordagem lagrangiana aqui proposta, para um caso de topografia idealizada. As estimativas obtidas no teste são compatíveis com resultados alcançados por abordagens eulerianas disponíveis na literatura (Beven, 2004). A seguir, aplicou-se a metodologia a uma porção topográfica da Baixada Fluminense com resultados qualitativamente comparáveis aos mapeamentos da hidrografia e áreas de risco de inundações realizadas pelo governo do Estado do RJ. Assim, as hipóteses de similaridade topográfica oferecem metodologias plausíveis que podem ser empregadas em rotinas operacionais, sobretudo para análise de risco associados a um rápido transporte da água precipitada de tempestades e chuvas orográficas, sobre áreas de captação de terreno complexo.

Referências

- Beven, K.J. & Kirkby, M.J. 1979. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrological Sciences – Bulletin des Sciences Hydrologiques*, 24 (1).
- Beven, K.J. (ed.), 1998. *Distributed Hydrological Modelling: Applications of the Topmodel Concept*, Wiley, ISBN-10: 0471977241, ISBN-13: 978-0471977247, 356 p.
- Beven, K.J. 2004. *Rainfall - Runoff Modelling: The Primer*. Wiley, ISBN-10: 0470866713, ISBN-13: 978-0470866719, 372 p.
- Bicknell, B.R.; Imhoff, J.C., Kittle Jr., J.L.; Donigan Jr., A.S. & Johanson, R.C. 1997. *Hydrological Simulation Program--Fortran, User's manual for version 11*. U.S. EPA, National Exposure Research Laboratory, Athens, Ga., EPA/600/R-97/080, 755 p.
- Buckingham, E. 1915. The principle of similitude. *Nature* 96: 396–397.

**Modelagem da Distribuição da Saturação de Água do Solo em Terrenos
Complexos Baseada na Teoria de Similaridade – Proposição de Abordagem Lagrangiana**
Hugo Abi Karam

- Carneiro, F.L. 1996. *Análise dimensional e teoria da semelhança e dos modelos físicos*. Segunda edição, Editora da UFRJ, ISBN 85-7108-077-1, 258 p.
- Carvalho, L.M.V.; Jones, C. & Liebmann, B. 2014. The South Atlantic Convergence Zone: Intensity, form, persistence and relationships with intraseasonal to interannual activity and extreme rainfall. *Journal of Climate*, 17: 88-108.
- Crawford, N.H. & Burgues, S.J. 2004. History of the Stanford Watershed Model. *Water Resources IMPACT*, 6 (2), 3 p.
- Dagnino, R.S. & Carpi Jr., S. 2007. Risco Ambiental: Conceitos e aplicações. *Climatologia e Estudos da Paisagem*, Rio Claro-SP, 2 (2): 50-87.
- Gao, S. & Li, X. 2008. *Cloud-resolving modeling of convective processes*. Springer, 206 pp.
- Haltiner, G.J. & Williams, R.T. 1980. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*, 2nd Edition. Publisher: Wiley; 2 edition. ISBN-10: 0471059714, 496 p.
- Hanche-Olsen, H. 2004. Buckingham's pi-theorem. NTNU. www.math.ntnu.no/~hanche/notes/buckingham/buckingham-a4.pdf
- Kaimal, J.C. & Finnigan, J.J. 1994. *Atmospheric Boundary Layer Flows*, Oxford University Press, New York, Oxford, 289 p.
- Kirkby, M.J. 1997. *TOPMODEL: A Personal View*. Hydrological Processes, 11: 1087-1097.
- Montesinos-Barrios, P. & Beven, K.J. 1998. *Evaluation of TOPMODEL*. Institute of Environmental and Natural Sciences, Lancaster University, United Kingdom. ASCE, Environmental and Water Resources Institute (EWRI), Water Quality and Drainage Committee under the Task Committee, Non-Point Source Water Quality Models: Their Use and Application, and the USDA-CSREES Southern Region Research Project S-273, Development and Application of Comprehensive Agricultural Ecosystems Models.
- Moriasi, D.N.; Arnold, J.G.; Van Liew, M.W.; Bingner, R.L.; Harmel, R.D. & Veith, T.L. 2007. Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations. *Transactions of the ASABE*, 50 (3): 885-900.
- NASA, 2014. *Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)*. NASA. Dados topográficos disponíveis em <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>
- Oke, T. R. 1987. *Boundary layer Climates*. 2nd Edition, Methuen, London, 464 p.
- Pereira Filho, J.A.; Santos, P.M.; Camargo, R.; Festa, M.; Funari, F.L.; Salum, S.T.; Oliveira, C.T.; Santos, E.M.; Lourenço, P.R.; Silva, E.G.; Garcia, W. & Fialho, M.A. 2007. Impactos Antrópicos no Clima da Região Metropolitana de São Paulo. *Boletim da Sociedade Brasileira de Meteorologia*, 30: 48-56.
- Press, W.H.; Teukolsky, S.A.; Vetterling, W.T.; Flannery, B.P. & Metcalf, M. 1996. *Numerical Recipes in Fortran 90*. Cambridge University Press, 2nd ed., ISBN-13: 978-0521574396, 578 p.
- Romanowicz, R.J. 1997. A MATLAB implementation of TOPMODEL, *Hydrological Processes*, 11, 1115-1129.
- Souza, F.B.B. & Karam, H.A. 2014. Análise da Estrutura Termodinâmica Associada ao Desenvolvimento de Tempestade Ocorrida entre 17 e 18 de Março de 2013 no Estado do Rio de Janeiro, Brasil. *Anuário do Instituto de Geociências (IGEO-UFRJ)*, v. 37 (1): 17-26.
- Stein, U. & Albert, P. 1993. Factor separation in numerical simulations, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 50 (14): 2107-2115.
- Stull, R.B. 1988. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Springer, ISBN-13: 978-9027727695, 670 p.
- Taylor, G., 1950 a. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion. *Proc. Roy. Soc. A* 201: 159–174 (doi:10.1098/rspa.1950.0049)
- _____, 1950 b. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945. *Proc. Roy. Soc. A* 201: 175–186 (doi:10.1098/rspa.1950.0050).
- TR-FAPESP 2003. *Termo de Referência para apresentação de pré-projetos. Dinâmica da Serra do Mar e Riscos Associados*. Pré-proposta Serra do Mar/GT/FAPESP-SP, Brasil.
- Vaschy, A. 1892. Sur les lois de similitude en physique. *Annales Têlêgraphiques*, 19: 25-28.
- Xue, M.; Droegemeier, K.K.; Wong, V.; Shapiro, A. & Brewster, K. 1995. *Advanced Regional Prediction System (ARPS) Version 4.0 User's Guide*. Center for Analysis and Prediction of Storms (CAPS), NSF, FAA, University of Oklahoma, 328 p.