

# *Representando o processo criativo da prova nos Grafos Existenciais*

*José Renato Salatiel*

**Pós-doutorando em Filosofia UFES/ CAPES**

## **INTRODUÇÃO**

Ao longo da história da lógica contemporânea, sistemas formais de representação simbólica tornaram-se hegemônicos em razão de sua eficácia na tradução de argumentos informais para uma linguagem artificial e na obtenção de provas rigorosas, conforme atesta o êxito da lógica de predicados.

O mesmo paradigma consolidou a compreensão de que diagramas, outrora elementos recorrentes na prova matemática<sup>1</sup>, são obsoletos, em decorrência de sua imprecisão e ambiguidade no cálculo. Ainda assim, até o século 19 eram ferramentas comuns em sistemas lógicos, como os diagramas de Euler (1768), Venn (1881) e Lewis Carroll (1886) (SHIN, LEMON & MUMMA, 2013). Mesmo Frege usou uma notação bidimensional próxima da diagramática em seu clássico *Begriffsschrift* (1879).

Há pelo menos duas décadas, entretanto, esse panorama começou a mudar, devido às pesquisas em lógicas chamadas *heterogêneas*, que combinam uma sintaxe simbólica e diagramática (ALLWEIN & BARWISE, 1996). Tais trabalhos analisam como os diagramas, entendidos aqui como representações imagéticas externas ao pensamento individual (como figuras desenhadas em uma folha de papel, por exemplo), adquirem uma função preponderante no raciocínio matemático e na teoria da prova.

---

<sup>1</sup> De acordo com o modelo estabelecido pela geometria euclidiana, uma vez que consideráveis demonstrações dos teoremas de *Os Elementos* são acompanhadas por diagramas.

Nesse contexto, os Grafos Existenciais (GEs) de Charles Sanders Peirce (1839-1914) destacam-se por serem o primeiro sistema lógico heterogêneo completo e correto para a lógica predicativa de primeira ordem. O mais surpreendente é que esse conjunto de sistemas diagramáticos foi elaborado por Peirce entre 1896/97 e 1911/14, em manuscritos que, em sua maioria, nunca chegou a publicar; os grafos só se tornaram conhecidos a partir dos anos 1960 e 1970, em função dos trabalhos pioneiros de Jay Zeman (1964) e Don Roberts (1973)<sup>2</sup>.

Os GEs dividem-se em três sistemas distintos, Alfa, Beta e Gama, que correspondem, respectivamente e aproximadamente, à lógica proposicional clássica, predicativa de primeira ordem com identidade e modal (este último, contudo, incompleto).

O presente artigo é uma expansão de um trabalho apresentado no “XVI Encontro Nacional da ANPOF”<sup>3</sup>, no qual analisamos possíveis vantagens dos GEs para o cálculo proposicional em relação aos métodos clássicos de dedução natural. Ao mesmo tempo, possui um direcionamento mais específico: tem como objeto de estudo o processo criativo na demonstração lógica. Justificamos a análise comparativa com os cálculos tradicionais de dedução natural, formulados por Gentzen e Jaśkowski há 80 anos, devido a eles compartilharem com os GEs de Peirce semelhanças estruturais – ambos baseiam-se em regras inferenciais simétricas – e, parcialmente, motivações similares por parte de seus autores, a saber, tornar a representação do raciocínio dedutivo o mais natural possível.

O objetivo desta pesquisa é comparar os dois métodos – o primeiro puramente simbólico e os GEs, heterogêneos – em algumas demonstrações simples, para verificar as vantagens e

2 Seguiram-se a esses trabalhos outros importantes, como os de Sun-Joo Shin (2002), A.V. Pietarinen (2006) e John Sowa (2011). Outras obras, mais técnicas, incluem as interpretações semântica de Eric M. Hammer (1998) e matemática de Frithjof Dau (2008), bem como a adaptação para a lógica intuicionista, de Arnold Oostra (2010 e 2011). Mais indicações bibliográficas comentadas podem ser encontradas na página eletrônica de Frithjof Dau: [http://www.dr-dau.net/eg\\_readings.shtml](http://www.dr-dau.net/eg_readings.shtml).

3 “Grafos Existenciais e dedução natural: Uma análise comparativa de sistemas lógicos para o cálculo proposicional”, apresentado no GT de Lógica do XVI Encontro Nacional da Anpof, realizado em Campos do Jordão, de 27 a 31 de outubro de 2014. O autor agradece os comentários e sugestões dos participantes do GT de Lógica, coordenado pelo prof. Dr. Marcelo Esteban Coniglio, e, em especial, do parecerista anônimo deste artigo, pela paciente leitura e correções, imprescindíveis à sua publicação.

deficiências na representação do componente criativo da inferência dedutiva. Entendemos por processo criativo na dedução o momento de análise de uma hipótese ou suposição no início das etapas do raciocínio matemático, aspecto destacado tanto pelos autores do cálculo de dedução natural quanto por Peirce. A tese de nosso trabalho é a de que um sistema heterogêneo como o de Peirce é mais vantajoso para representar a criatividade na dedução, por causa dos elementos visuais presentes nesse tipo de sistema que explicitam a hipótese e sugerem, assim, as etapas a serem seguidas das premissas à conclusão. Como o foco de nossa pesquisa são os grafos de Peirce, e também pelo fato de eles serem menos conhecidos, faremos apenas uma breve exposição dos sistemas clássicos de dedução natural, seguido de capítulos mais descritivos e analíticos sobre a teoria peirciana dos signos e seus dois sistemas de GEs, Alfa e Beta.

### 1. ANÁLISE DA INFERÊNCIA DEDUTIVA NO MÉTODO DE DEDUÇÃO NATURAL

Sistemas de dedução natural foram desenvolvidos há 80 anos, independentemente pelos lógicos poloneses Stanisław Jaśkowski (1906-1965) e alemão Gerhard Gentzen (1909-1945)<sup>4</sup>. Nas décadas seguintes a esses trabalhos pioneiros, diferentes métodos de dedução natural foram propostos, e tornaram-se dispositivos essenciais tanto na teoria da prova quanto no ensino de lógica.

Segundo Jaśkowski (1934), seu trabalho foi motivado por uma questão formulada por Jan Łukasiewicz (1878-1956) durante um seminário em 1926, que atentava para o fato de o matemático, em suas demonstrações, não apelar para uma matriz axiomática, mas a outros modos de raciocínio, sobretudo aqueles que se articulam a partir de “suposições arbitrárias”.

De fato, diferentemente dos sistemas axiomáticos da tradição de Frege-Russell-Whitehead, o cálculo de dedução natural emprega, ao invés de axiomas, um conjunto de regras de inferência. Elas consistem em instruções de manipulação de símbolos lógicos que permitem passar de uma sentença a outra, acompanhando o raciocínio passo a passo, das premissas à conclusão.

---

4 As descobertas de Jaśkowski foram publicadas em 1934 em “Sobre as regras de suposição na lógica formal” (“On the rules of suppositions in formal logic”, in *Studia Logica* 1, 1934, pp. 05-32); as de Gentzen, em “Investigações sobre dedução lógica” [*Untersuchungen über das logische Schließen*], publicado originalmente em *Mathematische Zeitschrift* em duas partes, em 1934 e 1935.

Trata-se de um método que possibilita, de acordo com seus autores, analisar a inferência dedutiva de uma maneira mais “natural” em relação aos sistemas clássicos (PRAWITZ, 1965, p. 07).

Gentzen foi o primeiro a usar o termo “dedução natural” em “Investigações sobre dedução lógica” (1934-1935). Nesse influente artigo, ele afirma que seu objetivo foi “[...] criar um sistema formal que [fosse] o mais próximo do raciocínio real” [...]. (GENTZEN, 1969, p. 68). O cálculo de dedução natural, segundo essa proposta original de Gentzen para as lógicas clássica e intuicionista, possui um conjunto de regras sintáticas de transformação (ele as chamou *figuras de inferência*) que funcionam como princípios *primitivos*, a partir dos quais podem ser geradas outras regras derivadas. Essas regras instruem como manipular fórmulas e inferir a validade do argumento.

No cálculo proposicional, o método possibilita provar a validade de argumentos do tipo sentencial baseados em quatro operadores: negação ( $\neg$ ), conjunção ( $\wedge$ ), disjunção ( $\vee$ ) e implicação material ( $\rightarrow$ ). Usaremos as letras “A”, “B” e “C” como variáveis de fórmulas e uma notação mais moderna em relação à empregada por Gentzen (cf. PRAWITZ, 1965, p. 20). São usados pares de regras para cada operador, uma para introduzi-lo e outra para eliminá-lo, perfazendo um total de dez regras primitivas. Para a lógica de predicados, adicionam-se quatro regras de introdução e eliminação de quantificadores, onde “t” e “u” referem-se a termos, e “x” e “y”, a variáveis.

<i>Regras de Introdução</i>		<i>Regras de Eliminação</i>	
[I $\wedge$ ]	A B A B A $\wedge$ B B $\wedge$ A	[E $\wedge$ ]	A $\wedge$ B A $\wedge$ B A B
[I $\vee$ ]	A A A $\vee$ B B $\vee$ A	[E $\vee$ ]	(A) (B) <sup>a</sup> A $\vee$ B C C C
[I $\rightarrow$ ]	(A) B A $\rightarrow$ B	[E $\rightarrow$ ]	A $\rightarrow$ B A B

a Os parênteses indicam que a sentença é uma suposição.

[I¬]	(A) B ∧ ¬B ¬A	[E¬] <sup>b</sup>	¬¬A A
[I∨]	Aa ∀xAx	[E∨]	∀xAx At
[I∃]	At ∃xAx	[E∃]	(Aa <sup>c</sup> ) ∃xAx B B

Quadro 1: Regras de inferências diretas de Gentzen para lógica clássica.

O conjunto de regras primitivas permite demonstrar a validade de argumentos dedutivos na lógica de predicados. Nem todos os sistemas de dedução natural, é preciso dizer, usam essas mesmas regras de Gentzen; alguns empregam, inclusive, axiomas. Mas a principal diferença, em relação aos sistemas axiomáticos, diz Gentzen, é que “[...] deduções naturais [...], em geral, não partem de proposições lógicas básicas, mas antes de *suposições* [...], às quais deduções lógicas se aplicam.” (*Ibid.*, p. 75; cf. JAŚKOWSKI, 1934, p. 05).

Vejamos o primeiro exemplo fornecido por Gentzen, representado em seu modelo de *forma arbórea*, para “[P ∨ (Q ∧ R)] → [(P ∨ Q) ∧ (P ∨ R)]” (*Ibid.* p. 79):

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \frac{1}{P} \quad \text{IV} \quad \frac{1}{P} \quad \text{IV} \quad \frac{1}{Q \wedge R} \quad \text{E}\wedge \quad \frac{1}{Q \wedge R} \quad \text{E}\wedge \\
 \frac{P \vee Q}{P \vee Q} \quad \text{IV} \quad \frac{P}{P \vee R} \quad \text{IV} \quad \frac{Q}{Q} \quad \text{IV} \quad \frac{R}{R} \quad \text{IV} \\
 \frac{P \vee (Q \wedge R)}{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)} \quad \text{I}\wedge \quad \frac{P \vee Q}{P \vee Q} \quad \text{I}\wedge \quad \frac{P \vee R}{P \vee R} \quad \text{I}\wedge \\
 \frac{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)}{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)} \quad \text{E}\vee 1 \\
 \frac{(P \vee Q) \wedge (P \vee R)}{[P \vee (Q \wedge R)] \rightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]} \quad \text{I}\rightarrow 2
 \end{array}
 \end{array}$$

Figura 1: Demonstração de teorema no método de dedução natural de Gentzen.

- b Essa regra de dupla negação é rejeitada na lógica intuicionista.
- c A letra “a” aqui é uma constante arbitrária a substituir ocorrências das varáveis “x” numa dada sentença.

Nesse exemplo, a fórmula a ser demonstrada aparece na base da derivação. Cada fórmula, a não ser a final, é uma fórmula *superior* de uma figura de inferência (*Ibid.* p. 73). Parte-se da hipótese “ $P \vee (Q \wedge R)$ ”, de onde supõe-se “ $P$ ” ou “ $Q \vee R$ ”. No primeiro caso (“ $P$ ”), ao lado esquerdo da figura, aplica-se a regra de introdução de disjunção (IV) e obtêm-se “ $P \vee Q$ ” e “ $P \vee R$ ”; portanto, pela regra de introdução de conjunção (IV), “ $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ ”. No segundo caso, “ $(Q \wedge R)$ ”, ao lado direito da figura, aplica-se a regra de eliminação de conjunção (E $\wedge$ ), obtendo-se “ $Q$ ” e “ $R$ ”, de onde segue-se “ $P \vee Q$ ” e “ $P \vee R$ ”, pela regra de introdução de disjunção (IV), e, portanto, “ $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ ”, novamente pela regra de introdução de conjunção (IV). A mesma fórmula é obtida aplicando-se a regra de eliminação de disjunção (E $\vee$ 1) à premissa “ $P \vee (Q \wedge R)$ ”, e, por fim, a introdução de implicação (I $\rightarrow$ ), para chegar ao resultado da prova. Vejamos a mesma demonstração em uma forma linear:

1.	$P \vee (Q \wedge R)$	Suposição 1
2.	$P$	Suposição 2
3.	$Q \wedge R$	Suposição 3
4.	$Q$	3 E $\wedge$
5.	$R$	3 E $\wedge$
6.	$P \vee Q$	4 IV
7.	$P \vee R$	5 IV
8.	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	6,7 I $\wedge$
9.	$P \vee Q$	2 IV
10.	$P \vee R$	2 IV
11.	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	9,10 I $\wedge$
12.	$[P \vee (Q \wedge R)] \rightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$	1, 11 I $\rightarrow$

Figura 2: Mesma fórmula em apresentação padrão.

hipótese, para em seguida justificar o raciocínio com as regras de derivação (figuras de inferência). Incorporamos também à prova as linhas que formam um quadrado, dispositivo gráfico usado por Jaśkowski para indicar uma subprova, realizada a cada suposição feita (JAŚKOWSKI, 1934).

O principal ponto a destacar em uma prova conseguida por meio desse cálculo é que ele sugere um modo mais *natural* de se manipular as informações do sistema. Por natural entendemos que o procedimento acontece de forma mais intuitiva a partir dos operadores, pois percebe-se facilmente, a cada passo, qual regra deve ser usada para a obtenção de dada fórmula: se a premissa contém uma conjunção, ela deverá ser eliminada; se a conclusão contém uma implicação, ela deverá ser inserida em algum ponto da prova, e etc.

Tanto a disposição de Gentzen quanto o recurso gráfico de Jaśkowski permitem um registro do raciocínio por suposições, enumerando de um lado a etapas e, de outro, suas justificações. Porém, conforme observado por Seligman (2012), perde-se, nessa forma de apresentação, o registro das estratégias de criação da dedução, ou seja, ela não nos propicia visualizar aonde essas hipóteses nos levarão seguindo uma determinada estratégia. Sugerimos que esse registro será conseguido por meio de uma representação em linguagem heterogênea, que combine uma sintaxe simbólica com uma icônica, conforme apresentada nos grafos existenciais de Charles S. Peirce.

## 2. SEMIÓTICA, DIAGRAMAS E DEDUÇÃO EM PEIRCE

Ao longo de sua diversificada carreira como filósofo, lógico e cientista, Charles Sanders Peirce (1839-1914) inventou diferentes sistemas lógicos que anteciparam os principais avanços da lógica moderna no século 20, como a sua lógica dos relativos (1870-1885) e algumas lógicas não-clássicas (cf. DIPERT, 2004). Todavia, ele considerou sua maior descoberta um sistema que combinava um vocabulário simbólico e diagramático, considerado o primeiro sistema heterogêneo completo, que ele chamou de Grafos Existenciais:

Inventei vários sistemas de signos diferentes para lidar com relações. Um deles é chamado álgebra geral das relações, e outro, álgebra das relações diádicas. *Finalmente, fui levado a preferir o que eu chamo de uma sintaxe diagramática.* Esse é um modo de colocar no papel

qualquer asserção, não importa o quão intrincada, e, uma vez lançadas quaisquer premissas, feitos *apagamentos* e *inserções* (guiados por três [pares de] regras simples), ler diante de nossos olhos a conclusão necessária das premissas (MS<sup>5</sup> 514 *apud* SOWA, 2011, p. 348).

Ele acreditava, assim, que os grafos poderiam representar de modo mais natural o raciocínio dedutivo do que uma linguagem puramente simbólica. A razão disso é, principalmente, sua peculiar perspectiva de lógica e raciocínio dedutivo, que passamos a detalhar a seguir.

Lógica, para Peirce, em seu sentido amplo, é a ciência formal e normativa dos signos, a semiótica, e, em um sentido estrito, a aplicação matemática ao estudo dos argumentos dedutivos, o que hoje entendemos por lógica simbólica (RTL<sup>6</sup>, p. 141). A lógica como semiótica divide-se em *gramática semiótica*, *lógica crítica* e *retórica*, que correspondem, respectivamente, a aspectos sintáticos, semânticos e pragmáticos dos sistemas sígnicos. Interessam-nos apenas as duas primeiras. A gramática semiótica estuda os componentes dos signos e suas classificações. A mais conhecida dessas classificações sígnicas diz respeito à relação representativa do signo com seu objeto, na qual ele pode ser um *ícone*, um *índice* ou um *símbolo*. Ícones representam seu objeto em suas qualidades e características semelhantes; os índices representam-no por uma relação de contiguidade, que pode ser, por exemplo, de natureza existencial ou causal; os símbolos, por seu turno, têm por caráter representativo mais distinto uma convenção ou hábito.

Símbolos são comumente usados na lógica sentencial, que traduz a linguagem discursiva para uma linguagem artificial que reproduz a estrutura da linguagem natural. Esse é o vocabulário da atual lógica padrão, a de predicados de primeira ordem, comumente usada por filósofos e matemáticos.

Ícones podem representar, por outro lado, por uma relação estrutural isomórfica entre signo e objeto, como um mapa de metrô, cujas linhas e traçados reproduzem a estrutura espacial real das linhas de metrô. Segundo Peirce, um diagrama é uma espécie de signo icônico, na

5 MS é uma referência aos manuscritos de Charles S. Peirce, catalogados em ROBIN, Richard S. *Annotated catalogue of the papers of Charles S. Peirce*. Amherst, MA: University of Massachusetts Press, 1967.

6 PEIRCE, Charles S. *Reasoning and the logic of things: The Cambridge Conference Lectures of 1898*. Kenneth Laine Ketner (ed.) and Hilary Putnam (intro.). Harvard: Harvard University Press, 1992 [Citado como RTL seguido do número da página.]



medida em que ele apresenta, em suas formas, as relações estruturais do objeto representado, como por exemplo, as figuras geométricas. Dificilmente, porém, há um ícone puro: mesmo os diagramas apresentam elementos indiciais ou simbólicos<sup>7</sup>.

A lógica crítica investiga a capacidade dos signos de representarem seu objeto de forma verdadeira, por isso a ela compete a análise dos argumentos com respeito à sua validade. Peirce classifica as inferências em *explicativas* (ou *analíticas*) e *ampliativas* (ou *sintéticas*). Essas cuidam da descoberta (inferência hipotética) e do implemento informacional (indução) em um sistema signico; aquela, apenas estabelece nexos entre as informações do sistema (dedução).

Dedução é um raciocínio necessário, matemático ou diagramático por excelência. Ele é necessário, em um sentido lógico, por mostrar uma conexão entre as premissas e a conclusão de um argumento; diagramático porque envolve a manipulação de diagramas, que Peirce entende em um sentido amplo que inclui desde figuras geométricas até uma equação algébrica (PM<sup>8</sup>, p. 46-47).

O raciocínio diagramático ou matemático envolve, de acordo com ele, os seguintes passos: (i) a afirmação de uma hipótese (suposição) em termos gerais; (ii) a construção de um diagrama que representa essa hipótese em um signo icônico; (iii) a observação do diagrama; (iv) a determinação de se as relações observadas podem ser encontradas em qualquer representação diagramática da mesma hipótese; (v) a afirmação dos resultados em termos gerais (cf. CAMPOS, 2010).

Agora, segundo Peirce, quando a conclusão da inferência é imediatamente observada no diagrama, tem-se o que ele chama de uma dedução *corolarial*; quando, por outro lado, é preciso

---

7 Na verdade, diz Peirce, não há signos puros: eles operam em uma mistura desses três tipos de signos – ícones, índices e símbolos – ainda que um de seus aspectos seja predominante na representação. É o caso de uma fotografia, que apesar de poder conter diferentes níveis de significação – podendo-se destacar nela elementos de semelhança com seu objeto (ícone) ou culturais (símbolos) –, é considerada, mais propriamente, como um índice (CP 2.281), pois possui uma relação física com a natureza, capturada pela luz que age sobre o filme por meio de uma técnica; classificação esta que se torna mais complexa com os avanços das tecnologias de digitalização, que tornam o processo mais abstrato.

8 PEIRCE, Charles S. *Philosophy of mathematics: Selected writings*. Matthew E. Moore (ed.). Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press, 2010 [Citado como PM seguido do número da página.]

fazer um experimento com o diagrama, tem-se uma dedução *teoreática* (NEM<sup>9</sup>, p. 38). Esse experimento envolve, segundo Peirce, todos os signos, mas essencialmente, o diagrama (EP 2<sup>10</sup>, p. 227). Por isso, um sistema lógico mais adequado para estudar a inferência dedutiva seria aquele que combinasse signos. Veremos a seguir como essa lógica permite representar os dois tipos de dedução mapeados pelo filósofo, corolarial e teoreática, sendo a segunda aquela trabalhada pela dedução natural em suas suposições.

### 3. GRAFOS EXISTENCIAIS: SISTEMA ALFA

A sintaxe do sistema Alfa conta com apenas dois objetos: o *corte* e a *justaposição*, que correspondem, respectivamente, aos operadores de negação e de conjunção. Um grafo define-se como um signo qualquer inscrito em uma Superfície de Asserção (SA). Exemplos:

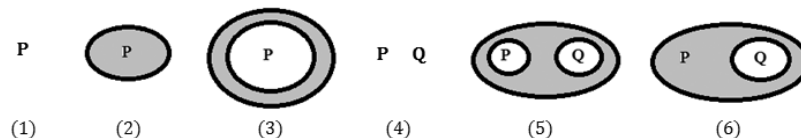


Figura 3: Exemplos de grafos do sistema Alfa.

O grafo 1 assevera “P”, o 2 nega seu conteúdo ( $\neg P$ ) e, no terceiro, há o correspondente à dupla negação ( $\neg\neg P$ ). Portanto, um grafo cercado de cortes *ímpares* (grafo 2) nega seu conteúdo, e um grafo cercado de cortes *pares* afirma seu conteúdo (grafos 1, 3 e 4)<sup>11</sup>. A partir dessa sintaxe, outros operadores podem ser derivados, como a conjunção “ $P \rightarrow Q$ ” (grafo 4), a disjunção

9 PEIRCE, Charles S. *The new elements of mathematics by Charles S. Peirce*. 4 vols. Carolyn Eisele (ed.). The Hague, Netherlands: Mouton Publishers 1976. [Citado como NEM seguido do volume e número da página.]

10 PEIRCE, Charles S. *Essential Peirce*. 2 vol. Nathan Houser *et al* (eds.). Bloomington: Indiana University Press, 1992. [Citado como EP seguido do volume e número da página.]

11 Para facilitar a leitura, utilizamos a sugestão de Sowa (2011) e preenchemos de cor cinza a área correspondente aos cortes ímpares.

“ $P \vee Q$ ” (grafo 5), e a implicação material “ $P \rightarrow Q$ ” (grafo 6). Uma bicondicional pode facilmente ser diagramada com dois grafos para condicionais justapostos, formando “ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ ”, ou “ $P \leftrightarrow Q$ ”.

Os grafos (5) e (6) são lidos, de acordo com o vocabulário Alfa, como, respectivamente, “ $\neg(\neg P \wedge \neg Q)$ ” e “ $\neg(P \wedge \neg Q)$ ”. Essa leitura de fora para dentro e da esquerda para a direita, que Peirce chama *endoporêutica* (MS 650, pp. 18-19 *apud*. ROBERTS, 1973, p. 39, n. 13), é motivo de queixas por conta de dificuldades e ambiguidades que ela suscita. Shin (2002) sugere outros métodos de leitura de um grafo, a *forma normal de negação* e o *algoritmo de múltiplas leituras*, optando por este último por considerá-lo mais natural e por explorar diferentes percepções de um grafo (*Ibid.*, p. 75). Ele consiste nas seguintes regras:

Sejam P e Q grafos do sistema Alfa:

1. Se P é um espaço vazio, sua tradução é  $\top$ <sup>12</sup>.
2. Se P é uma letra sentencial, sua tradução é P.
3. Se a tradução de P é  $\alpha$ , então a tradução de [P] é  $\neg\alpha$ .
4. Se a tradução de P é  $\alpha$  e a tradução de Q é  $\beta$ , então:
  - a. a tradução de P Q é  $(\alpha \wedge \beta)$ ;
  - b. a tradução de [P Q] é  $(\neg\alpha \vee \neg\beta)$ ;
  - c. a tradução de [P [Q]] é  $(\alpha \rightarrow \beta)$ ; e
  - d. a tradução de [[P] [Q]] é  $(\alpha \vee \beta)$ .

De acordo com esse algoritmo de múltiplas leituras, podemos traduzir assim o exemplo de Gentzen mostrado na seção 1:

---

12 O símbolo “ $\top$ ” representa uma constante de verdade lógica.

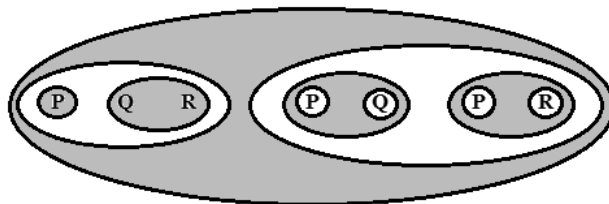


Figura 4: Exemplo de Gentzen traduzido para o sistema Alfa.

Pelas cláusulas 4(d) e 4 (a), traduzimos  $[[P] [Q R]]$  por “ $P \vee (Q \wedge R)$ ”; novamente, pelas cláusulas 4(d) e 4(a), traduzimos  $[[P] [Q]] [[P] [R]]$  por “ $[(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$ ”; por fim, pela cláusula 4(c), lemos  $[[[P] [Q R]] [[P] [Q]] [[P] [R]]]$  como uma sentença condicional: “ $[P \vee (Q \wedge R)] \rightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$ ”.

Já as provas no sistema Alfa são obtidas por meio de três pares de regras de inferência que permitem inserir ou apagar grafos e cortes (o sistema contém apenas um axioma: uma SA). Essas regras são chamadas de *inserção* (**1i**), *apagamento* (**1e**), *iteração* (**2i**), *deiteração* (**2e**) e *duplo corte* (**3i** e **3e**):

<i>Regras de Inserção</i>	<i>Regras de Apagamento</i>
<b>1i:</b> Qualquer grafo pode ser inserido em uma área negativa. <sup>4</sup>	<b>1e:</b> Qualquer grafo pode ser apagado em uma área positiva.
<b>2i:</b> Qualquer grafo pode ser copiado na mesma área ou em outra cercada por cortes adicionais.	<b>2e:</b> Qualquer grafo porventura gerado por <b>2i</b> pode ser apagado.
<b>3i:</b> Um duplo corte pode ser inserido em qualquer lugar.	<b>3e:</b> Um duplo corte pode ser apagado em qualquer lugar.

Quadro 2: Regras de inferências do sistema Alfa dos GEs de Peirce.

A aplicação dessas regras permite a demonstração de teoremas e inferências. A seguir, dois exemplos simples, primeiro analisados no cálculo de dedução natural e, depois, diagramados no sistema Alfa. O primeiro, uma dedução direta que dispensa suposições (PRAWITZ, 1965, p. 17):

$$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R), P \vdash Q \wedge R$$

1. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$	Premissa 1
2. $P$	Premissa 2
3. $P \rightarrow Q$	1 $\mathbf{E}\wedge$
4. $Q$	2,3 $\mathbf{E}\rightarrow$
5. $P \rightarrow R$	1 $\mathbf{E}\wedge$
6. $R$	2,5 $\mathbf{E}\rightarrow$
7. $Q \wedge R$	4,6 $\mathbf{I}\wedge$

Figura 5: Apresentação de cálculo de dedução natural sem suposição.

Esse mesmo argumento pode ser expresso da seguinte forma na linguagem dos grafos:



Figura 6: Transcrição do argumento anterior para o sistema Alfa.

Inspecionando o grafo da primeira premissa, " $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$ ", constatamos que a conclusão, " $Q \wedge R$ ", já aparece claramente em áreas positivas dentro do grafo, dispensando qualquer experimento hipotético (configurando, dessa forma, uma dedução corolarial). Basta, portanto, extraí-la dali usando as regras de *iteração* (2i), pela qual a premissa é desenhada na Superfície de Asserção (SA); *deiteração* (2e), que apaga o grafo "P"; novamente *deiteração* (2e), apagando a sentença "P"; *duplo corte* (3e) em "Q"; e, por fim, *duplo corte* (3e) em "R". A seguir, a demonstração completa:

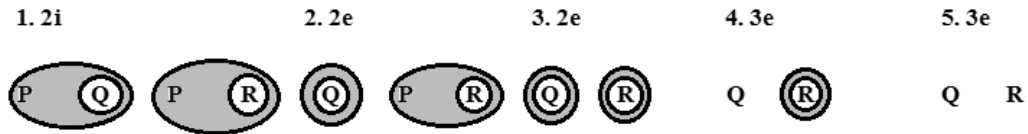


Figura 7: Demonstração de argumento corolarial no sistema Alfa.

Em comparação com o cálculo de dedução natural, nos GEs inspecionam-se não os aspectos sintáticos da fórmula inicial (seus operadores), mas os elementos icônicos presentes no grafo, o que permite uma visualização direta da solução. As letras sentenciais “Q” e “R” são, claramente, símbolos, mas quando observamos o grafo, são percebidas como ícones da conclusão do argumento. Assim, sabemos que precisamos usar as regras de deiteração e de duplo corte para chegar à conclusão do argumento.

Observe-se, agora, a seguinte inferência na qual é preciso fazer uma suposição:

$$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$$

1. $P \rightarrow Q$	Premissa 1
2. $Q \rightarrow R$	Premissa 2
3. $P$	Suposição
4. $Q$	1,3 $E \rightarrow$
5. $R$	2,4 $E \rightarrow$
6. $P \rightarrow R$	3,5 $I \rightarrow$

Figura 8: Apresentação de cálculo de dedução natural com suposição.

E na linguagem diagramática:



Figura 9: Diagramas de argumento com implicação material.

A prova, como requer uma suposição, torna necessário fazer uma experimentação no diagrama, caracterizando a dedução de natureza teorematíca. Sendo assim, após diagramar a premissa pela regra de *iteração* (2i), faz-se um experimento diagramando a segunda premissa dentro da área positiva do grafo (2i); na sequência, apagam-se os grafos “Q” pela regra de *deiteiração* (2e) e, finalmente, o *duplo corte* (3e):

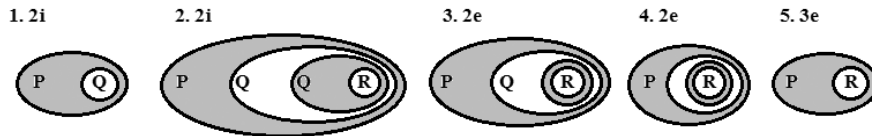


Figura 10: Demonstração de argumento teorematíco no sistema Alfa.

Por fim, vejamos como provar em grafos do sistema Alfa o primeiro teorema demonstrado por Gentzen no cálculo de dedução natural, traduzido para os GEs no exemplo anterior (Figura 4).

Partimos de uma SA (axioma) e desenhamos um duplo corte pela regra 3i; depois, pela regra 1i, insere-se os grafos correspondentes a “ $P \vee (Q \wedge R)$ ”, fórmula que corresponde às premissas do argumento e servem de suposição, na área negativa; agora passamos a fazer experimento com essa suposição pela regra 2i, copiando-se o grafo correspondente a “ $P \vee (Q \wedge R)$ ” na área cercada por cortes; na sequência, usando novamente a regra 2i, insere-se o grafo correspondente à fórmula “ $P \vee (Q \wedge R)$ ” nas áreas negativas; finalmente, usando a regra 2e, apagam-se os termos “R” e “Q”, obtendo-se, deste modo, a conclusão do argumento. A seguir, a prova completa:

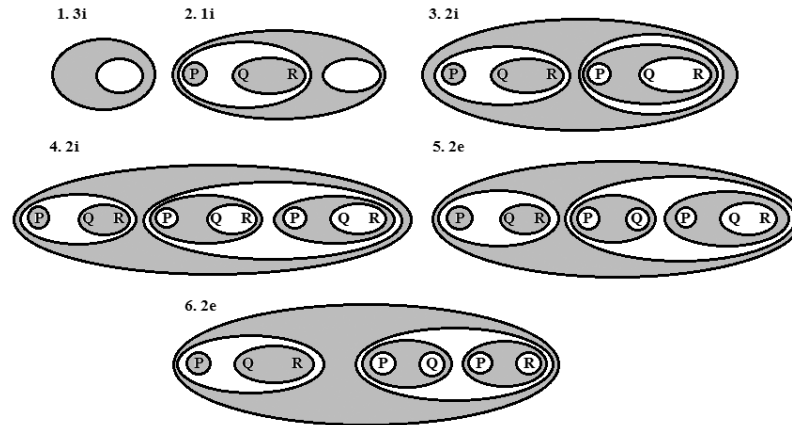


Figura 11: Prova do exemplo de Gentzen no sistema Alfa.

Comparando-se com a prova por meio do cálculo da dedução natural de Gentzen, observa-se que, enquanto na representação simbólica do método de dedução natural o histórico das etapas do raciocínio (1, 2, 3...7.) segue assimetricamente, no método chamado *bookkeeping*, os registros do experimento com as hipóteses ( $\{3, 6\}, \{4, 5\}$ ), nos GEs não há essa discrepância: a suposição é investigada em uma única ordem linear até atingir a conclusão desejada. Os diagramas, assim, possibilitam visualizar o raciocínio hipotético, criativo, de uma maneira mais eficiente que o cálculo de dedução natural. Verificaremos agora no sistema Beta que essa naturalidade persiste.

### 3. GRAFOS EXISTENCIAIS: SISTEMA BETA

Ao vocabulário do sistema Beta, acrescenta-se apenas uma *linha de identidade*, que denota a existência de um indivíduo no universo do discurso, e os símbolos de predicção. Uma das principais diferenças, em relação à lógica predicativa, é que, na versão de Peirce, não há símbolos para constantes e variáveis, e a quantificação pode ser representada sem a necessidade de notação específica.



Assim, os grafos abaixo representam, respectivamente, as sentenças “Algo é P”, “Nada é P”, “Algo não é P”, “Tudo é P”, “Alguns P é Q”, “Nenhum P é Q”, “Alguns P não é Q” e “Todos P é Q”:

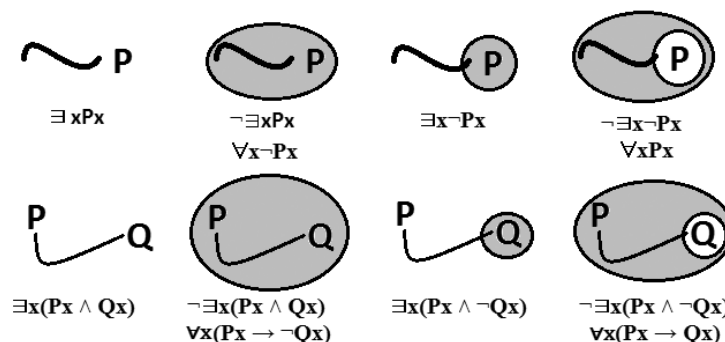


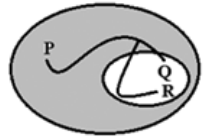
Figura 12: Exemplos de grafos do sistema Beta.

Verificamos que a Linha de Identidade (LI) é um eficiente dispositivo de natureza icônica que designa existência, identidade e quantificação, podendo, ainda, assinalar relações e uma variedade de indivíduos no sistema. O corte, assim como no sistema Alfa, representa uma negação do conteúdo do grafo.

Entretanto, um dos aspectos mais relevantes dessa linguagem diagramática é o fato de Peirce – diferentemente de sua lógica algébrica, em que introduz símbolos para quantificação<sup>13</sup> – distinguir os quantificadores existencial e universal apenas pelas características visuais dos grafos: “[...] qualquer linha de identidade cuja parte externa é fechada em pares [ou seja, ocorre em uma área positiva] refere-se a *algo*, e qualquer uma cuja parte externa é fechada em ímpares [ou seja, em uma área negativa] refere-se a *tudo* [...]” (CP 4.458)”. Do mesmo modo, para identificar o escopo dos quantificadores, quanto menos fechada for a parte externa da linha, maior será o escopo. Desse modo, no exemplo abaixo, na figura 13, a parte externa da linha é mais

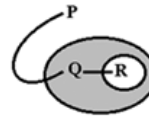
13 Em “On the algebra of logic: A contribution to the philosophy of notation”, in *American Journal of Mathematics*, 7, pp. 180-202, 1885. Reimpresso em CP 3.359-403.

fechada na área ímpar e menos fechada na área par, por isso o escopo maior é do quantificador universal; na figura 14, o contrário: a parte externa da linha é mais fechada em par (nenhum corte) do que em ímpar, portanto o escopo maior do quantificador existencial.



$\forall x \exists y [Px \rightarrow (Qy \wedge Ry)]$

Figura 13



$\exists x \forall y [Px \wedge (Qy \rightarrow Ry)]$

Figura 14

O sistema Beta, porém, é bem mais complicado que o sistema Alfa, o que torna, evidentemente, sua leitura mais difícil. Um modo de contornar essa dificuldade é constituir regras de formação similares ao sistema Alfa, como essa proposta por Shin (2002, p. 123):

Seja  $G$  um grafo Beta e  $f$  uma função que o traduz em uma sentença atômica:

1.  $f(G) = \alpha$  se  $G$  é uma sentença atômica  $\alpha$ ;
2.  $f(G) = \neg\alpha$  se  $G$  é um corte simples de sentença atômica  $\alpha$ ;
3.  $f(G) = T$  se  $G$  é  $T$  (ou um espaço vazio);
4.  $f(G) = \neg T$  se  $G$  é um corte simples em  $T$  (ou um corte vazio).

E estendemos a função  $f$  para  $\bar{f}$ , traduzindo o grafo Beta em uma sentença molecular:

- 1.a.  $f(G) = \bar{f}(G)$  se  $G$  é um grafo Beta simples;
- 2.b.  $f([G]) = \bar{f}(G)$ ;
- 3.c.  $f(G_1 \dots G_n) = \bar{f}(G_1) \wedge \dots \wedge \bar{f}(G_n)$ ;
- 4.d.  $f([G_1 \dots G_n]) = \bar{f}([G_1]) \vee \dots \vee \bar{f}([G_n])$ .

Podemos também designar variáveis e obter quantificadores: se a variável for escrita em uma área par, adicionamos um quantificador existencial; se a variável for escrita em uma área ímpar, adicionamos um quantificador universal (cf. exemplo na figura 18).

Por fim, Peirce estabelece as seguintes regras de transformação, similares ao sistema Alfa:

<i>Regras de Inserção</i>	<i>Regras de Apagamento</i>
<b>1i:</b> Qualquer grafo pode ser inserido e duas linhas de identidade podem ser unidas em uma área negativa.	<b>1e:</b> Quaisquer grafos ou linhas de identidade podem ser apagados em uma área positiva.
<p><b>2i:</b> Qualquer grafo pode ser copiado na mesma área ou em outra cercada por cortes adicionais, assim como:</p> <p><b>a.</b> pode ser adicionada qualquer linha de identidade a um ramo com uma “ponta solta” (desde que não resulte em nenhum corte);</p> <p><b>b.</b> qualquer ponta solta de uma ligadura pode ser estendida para dentro, através de cortes;</p> <p><b>c.</b> qualquer ligadura pode ser unida à ligadura correspondente de um grafo iterado.</p>	<p><b>2e:</b> Qualquer grafo porventura gerado por 2i pode ser apagado, assim como.</p> <p><b>a.</b> Um ramo com uma ponta solta pode ser retraído em qualquer linha de identidade, desde que isso não resulte em nenhum corte;</p> <p><b>b.</b> Qualquer ponta solta de uma ligadura pode ser retraída para fora, através de cortes.</p>
<b>3i:</b> Um duplo corte pode ser inserido em qualquer lugar (e quaisquer linhas que passem através dele podem ser ignoradas).	<b>3e:</b> Um duplo corte pode ser apagado em qualquer lugar (e quaisquer linhas que passem através dele podem ser ignoradas).

Quadro 3: Regras de inferências do sistema Beta dos GEs de Peirce.

Podemos enfim aplicar essas regras em alguns exemplos, começando com o seguinte: “Todos os homens são mortais; Sócrates é homem; ∴ Sócrates é mortal”:

$$\forall x(Hx \rightarrow Mx), Hs \therefore Ms$$

- |                                   |                    |
|-----------------------------------|--------------------|
| 1. $\forall x(Hx \rightarrow Mx)$ | Premissa 1         |
| 2. $Hs$                           | Premissa 2         |
| 3. $Hs \rightarrow Ms$            | 1 $E\forall$       |
| 4. $Ms$                           | 2,3 $E\rightarrow$ |

Figura 15: Exemplo de prova com quantificadores em dedução natural.

Na tradução para os grafos Beta, temos<sup>14</sup>:

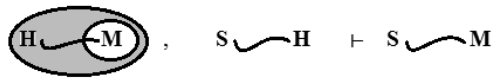


Figura 16: Argumento diagramado no sistema Beta.

E a seguinte prova:

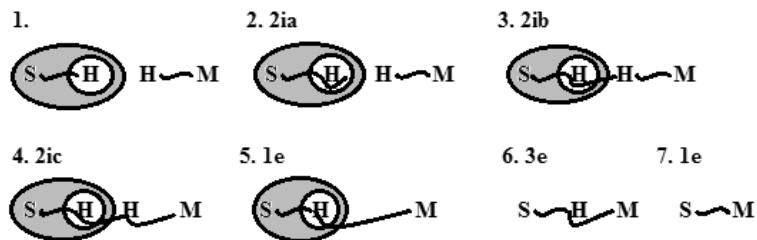


Figura 17: Prova para argumento no sistema Beta.

<sup>14</sup> Note-se que não há símbolos para constantes individuais nos GEs, por isso, podemos ler a segunda premissa como “existe um indivíduo ‘Sócrates’ que possui a propriedade de ser homem”, e assim também na conclusão.

O primeiro passo é diagramar as premissas (invertidas em sua ordem de modo a tornar o cálculo mais natural); em seguida adiciona-se uma LI (Linha de Identidade) ao ramo com ponta solta em “H” (2ia); a terceira etapa consiste em estender a ponta solta da ligadura para dentro da área-I (ímpar) (2ib); na sequência, unem-se as pontas soltas em “H” (2ic); no quinto passo, apaga-se a cópia de “H” na área-P (par) (1e); no sexto, o duplo corte é apagado (3e); por fim, apaga-se a fórmula “H” da área-P (1e).

O seguinte exemplo requer uma suposição: “Se nenhum mamífero é imortal e todo homem é um mamífero, então nenhum homem é imortal”. O argumento, na linguagem de quantificadores, fica assim:

$$\forall x (Mx \rightarrow \neg Ix), \forall x (Hx \rightarrow Mx) \therefore \forall x (Hx \rightarrow \neg Ix)$$

E sua prova em dedução natural:

1.	$\forall x (Mx \rightarrow \neg Ix)$	Premissa 1
2.	$\forall x (Hx \rightarrow Mx)$	Premissa 2
3.	$Ms \rightarrow \neg Is$	1 E $\forall$
4.	$Hs \rightarrow Ms$	2 E $\forall$
5.	$Hs$	Suposição
6.	$Ms$	4,5 E $\rightarrow$
7.	$\neg Is$	3,6 E $\rightarrow$
8.	$Hs \rightarrow \neg Is$	5,7 I $\rightarrow$
9.	$\forall x (Hx \rightarrow \neg Ix)$	8 I $\forall$

Figura 18: Demonstração no cálculo de dedução natural.

Os grafos correspondentes ao argumento são os seguintes:



Figura 19: Transcrição nos GE do mesmo exemplo.

E, a seguir, a prova em grafos:

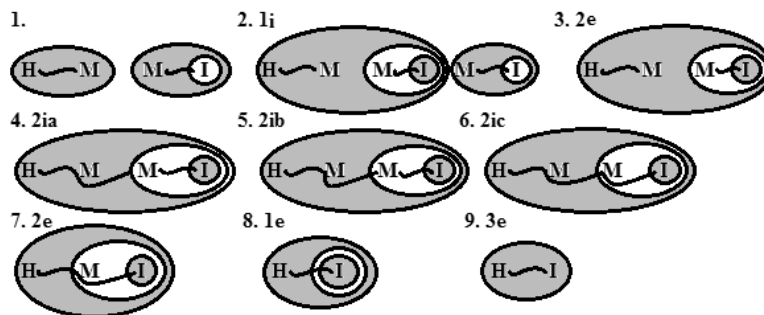


Figura 20: Cálculo no sistema Beta dos GEs.

Novamente, inicia-se com a diagramação das premissas (invertendo, como no exemplo anterior, premissas menor e maior), para em seguida (passo 2), fazer a suposição (experimentação teorematizada) copiando na área-I da primeira premissa o grafo correspondente à segunda (**1i**). Em seguida, apaga-se o diagrama da segunda premissa (**2e**). Os próximos passos são semelhantes ao exemplo anterior: adiciona-se uma LI ao ramo com ponta solta (**2ia**); estende-se a ponta solta da ligadura (**2ib**); unem-se as pontas em “M” (**2ic**); apaga-se a cópia de “M” na área-I (**2e**) e o mesmo grafo na área-P (**1e**); e apaga-se o duplo corte (**3e**), de modo a atingir a conclusão.

Observamos que as LIs constituem o recurso sintático mais expressivo do sistema, pois permite uma visualização direta da conclusão. Na transformação do grafo acima, fica claro que o experimento com a premissa deve proceder da extensão de uma LI na área-P e sua união

no grafo correspondente à fórmula “M”, para em seguida fazer os apagamentos necessários à conclusão do argumento. O cálculo, em ambos os exemplos, não reduz o número de passos em relação ao cálculo de dedução natural, excedendo no caso do primeiro.

Analisaremos, por fim, um caso de quantificação múltipla, exemplificado no seguinte teorema da lógica de predicados (GENTZEN, 1969, P. 79):

$$\exists x \forall y Fxy \rightarrow \forall y \exists x Fxy$$

E cuja prova no cálculo de dedução natural é a seguinte:

1.	$\exists x \forall y Pxy$	Suposição 1
2.	$\forall y Fay$	Suposição 2
3.	$Fab$	2 E $\forall$
4.	$\exists x Fxb$	3 I $\exists$
5.	$\forall y \exists x Fxy$	4 I $\forall$
6.	$\exists x \forall y Pxy \rightarrow \forall y \exists x Fxy$ 1,5 I $\rightarrow$	

Figura 21: Demonstração em dedução natural.

Nos GEs, temos a seguinte tradução: pela cláusula 3(c), representando-se as variáveis por “T”, lê-se “ $T \wedge \bar{f}$  ( $[Fxy \wedge \neg T \wedge \neg T [Fxy \wedge T]]$ )”; e, por equivalência, “ $T \wedge \bar{f}$  ( $Fxy \wedge \neg T$ )  $\rightarrow$  ( $\neg T Fxy \wedge T$ )”. Agora, acrescentam-se os quantificadores existencial às variáveis na área-P (“x”) e universal às variáveis na área-I (“y”); observa-se que, no primeiro predicado, o escopo maior é do quantificador universal, que encontra-se em uma área menos fechada (a primeira variável “x”), enquanto no segundo predicado, o escopo é maior do quantificador universal, que se encontra em uma área menos fechada por cortes do que o existencial. O resultado obtido é “ $\exists x \forall y Fxy \rightarrow \forall y \exists x Fxy$ ”, e a diagramação, a seguinte:

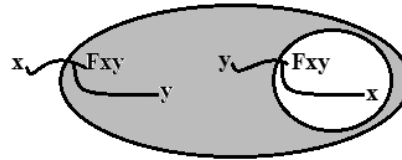


Figura 22: Tradução para o sistema Beta.

Segue a demonstração:

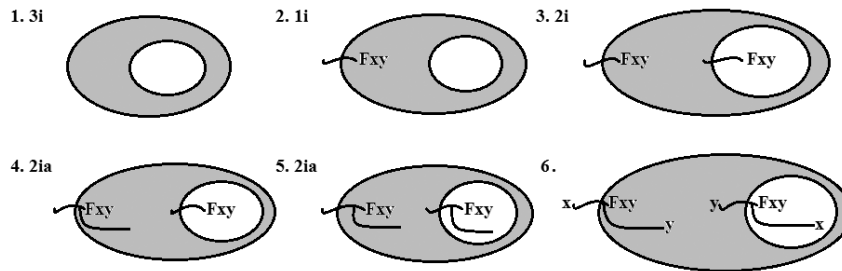


Figura 23: Prova de argumento com quantificação múltipla.

Na prova acima, diagrama-se o duplo corte (3i) e, em seguida, insere-se o grafo “Fxy” na área ímpar (1i), e o mesmo grafo, pela regra de iteração, na área-P (2i); na sequência, adiciona-se uma LI ao ramo com ponta solta de “Fxy” na área-I (2ia) e repete-se a regra na área-P; finalmente, basta inserir as variáveis nos ramos com pontas soltas.

Mais uma vez, verificamos que a estratégia de derivação do teorema é facilmente conseguida nos experimento de *duplo corte e iteração*, evidenciando, assim, o procedimento hipotético e criativo da prova. Nota-se, ainda que, na maior parte dos exemplos apresentados, o número de etapas é igual ou significativamente menor do que aquelas observadas no cálculo de dedução natural. Porém, acreditamos que, nesse aspecto, o sistema Beta de Peirce logo encontra sua limitação quando comparado com a lógica quantificacional, consoante o que discutiremos na conclusão a seguir.



## CONCLUSÕES

Peirce considerava os GEs sua maior invenção em lógica, pois eles comprovavam que todo raciocínio dedutivo, matemático, é, em um sentido amplo, diagramático. A lógica, sendo assim, é uma ciência observacional, tanto quanto qualquer outra ciência natural, com a diferença de que o lógico inspeciona um objeto criado por ele próprio, a saber, um diagrama, que representa, iconicamente, as relações estruturais presentes em um determinado problema. Os sistemas de grafos, nesse sentido, ressaltariam essas características visuais do pensamento lógico dedutivo de um modo mais evidente que a lógica de tradição algébrica.

Neste trabalho, objetivamos mostrar como o experimento hipotético na inferência dedutiva ou o processo criativo da teoria da prova é mais facilmente manipulável e observável em um sistema de grafos do que em um puramente simbólico como o método de dedução natural, que nos serviu de material comparativo. As estratégias de derivação, nos grafos, tornam-se mais evidentes quando inspecionamos visualmente as premissas, facilitando os experimentos com os diagramas.

Por outro lado, a pesquisa é reticente a respeito da vocação para o cálculo dos GEs, que nos parecem menos eficazes, nesse aspecto, do que a conhecida lógica quantificacional. A composição dos grafos, a despeito de sua simplicidade no sistema Alfa e do conjunto de regras sintáticas e semânticas aprimoradas posteriormente por comentadores, é evidentemente mais complexa quando lida-se com múltiplas quantificações (o último exemplo apresentado, cremos, não é tão intuitivo quanto os anteriores). Peirce estava consciente disso quando distinguiu claramente os propósitos de um sistema lógico simbólico de um cálculo lógico, o primeiro visando *investigar* a dedução e o segundo, *fazer* deduções (CP 4.373, cf. PEIRCE, 1902), analogamente à sua célebre distinção entre lógica – a ciência de “*extração* de conclusões necessárias” – e matemática, uma ciência que efetivamente “*extrai* conclusões necessárias”<sup>15</sup> (CP 4.239).<sup>16</sup>

15 A referida passagem, no original, é a seguinte: “The philosophical mathematician, Dr. Richard Dedekind, holds mathematics to be a branch of logic. This would not result from my father’s definition, which runs, not that mathematics is the science of *drawing* necessary conclusions – which would be deductive logic -- but that it is the science which *draws* necessary conclusions.”

16 Esse discernimento, praticamente irrelevante na lógica contemporânea, foi também objeto de análise de alguns de seus principais comentadores sobre os GEs (ZEMAN, 1964, p. 01; ROBERTS, 1973, p.

Portanto, a principal atribuição dos GEs é a de ser uma teoria da dedução, não cálculo, ainda que, a despeito de suas limitações, possa ser efetivo no cálculo proposicional e ter um interessante emprego pedagógico (FORBES, 1997). Mais do que um mero apelo heurístico da prova, cremos que os diagramas, em um sistema formal, podem contribuir para esclarecer questões da filosofia da lógica e outras, mais gerais, em um campo ainda fértil de estudos.

## Referências bibliográficas

ALLWEIN, Gerard and BARWISE, Jon (1996). *Logical reasoning with diagrams*. New York and Oxford: Oxford University Press.

CAMPOS, Daniel (2010). The imagination and hypothesis-making in mathematics: a Peircean account, in *New essays on Peirce's mathematical philosophy*. Matthew E. Moore (ed.). Chicago and La Salle, Illinois: Open Court, pp. 123-145.

DAU, Frithjof (2008). *Mathematical logic with diagrams*: Based on the existential graphs of Peirce. TU Dresden, Germany, January 23. Available in: <http://www.dr-dau.net/publications.shtml>.

DIPERT, Randall (2004). Peirce's deductive logic: its development, influence, and philosophical significance, in *The Cambridge companion to Peirce*. Cheryl Misak (ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

FORBES, Morgan (1997). Peirce's existential graphs: A practical alternative to truth tables for critical thinkers, in *Teaching Philosophy*, 20 (4), pp. 387-400.

GENTZEN, Gerhard (1969). *The collected papers of Gerhard Gentzen*. M. E. Szabo (ed.). Amsterdam-London: North-Holland Publishing Company.

HAMMER, Eric M. (1998). Semantics for existential graphs, in *Journal of Philosophical Logic*, vol. 27, n. 5, Oct., pp. 489-503.

JĄSKOWSKI, Stanislaw (1934). On the rules of suppositions in formal logic, in *Studia Logica* 1, pp. 5-32. Available in: <http://www.logik.ch/daten/jaskowski.pdf>.

OOSTRA, Arnold (2010). Los grafos Alfa de Peirce aplicados a la lógica intuicionista, em *Cadernos de Sistemática Peirceana*, Arnold Oostra e Fernando Zalamea (eds.), n. 2, pp. 25-60.

---

111; SHIN, 2002, cap. 6; e PIETARINEN, 2010, pp. 289-290).

\_\_\_\_ (2011). Grafos existenciales Beta intuicionistas, em *Cadernos de Sistemática Peirceana*, Arnold Oostra e Fernando Zalamea (eds.), n. 3, pp. 53-78.

PEIRCE, Charles Sanders (1902). Symbolic logic or algebra of logic, in *Dictionary of Philosophy and Psychology*, vol. 2. J. M. Baldwin (ed.). New York and London: Henry Holt, pp. 640-651.

\_\_\_\_ (1931-1958). *Collected papers*. 8 vols. Charles Hartshorne, Paul Heiss e Arthur Burks (eds.). Cambridge: Harvard University Press. [Citado como CP, seguido do volume e do número do parágrafo.]

\_\_\_\_ (1976). *The new elements of mathematics by Charles S. Peirce*. 4 vols. Carolyn Eisele (ed.). The Hague, Netherlands: Mouton Publishers. [Citado como NEM seguido do volume e número da página.]

\_\_\_\_ (1992). *Essential Peirce*. 2 vol. Nathan Houser *et al* (eds.). Bloomington: Indiana University Press. [Citado como EP seguido do volume e número da página.]

\_\_\_\_ (1992). *Reasoning and the logic of things: The Cambridge Conference Lectures of 1898*. Kenneth Laine Ketner (ed.) and Hilary Putnam (intro.). Harvard: Harvard University Press. [Citado como RTL, seguido do número da página.]

\_\_\_\_ (2010). *Philosophy of mathematics: Selected writings*. Matthew E. Moore (ed.). Bloomington and Indianapolis, IN: Indiana University Press. [Citado como PM seguido do número da página.]

PIETARINEN, Ahti-Veikko (2006). *Signs of logic: Peircean themes on the philosophy of language, games, and communication*. Dordrecht: Springer.

\_\_\_\_ (2010). "Challenges and opportunities for existential graphs", in: M. Bergman, S. Paavola, A.-V. Pietarinen & H. Rydenfelt (eds.). *Ideas in action: Proceedings of the Applying Peirce Conference*. Nordic Studies in Pragmatism 1. Helsinki: Nordic Pragmatism Network, pp. 288-303.

PRAWITZ, Dad (1965). *Natural deduction: A proof theoretical study*. Stockholm: Almqvist & Wiksell.

ROBERTS, Don (1973). *The existential graphs of Charles S. Peirce*. The Hague: Mouton & Co.

ROBIN, Richard S. (1967). *Annotated catalogue of the papers of Charles S. Peirce*. Amherst, MA: University of Massachusetts Press.

SELIGMAN, Jeremy (2012). 'Natural deduction as a creative process', in *Fifth cross-straits conference in teaching and research in logic*, South West University, China. Available in: <https://www.academia.edu/1517070/>.

SHIN, Sun-Joo (2002). *The iconic logic of Peirce's graphs*. Cambridge: MIT Press.

\_\_\_\_\_, LEMON, Oliver & MUMMA, John (2013). Diagrams, in *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Available in: <http://plato.stanford.edu/entries/diagrams/>

SOWA, John F. (2011). Peirce's tutorial on existential graphs, *Semiotica*, 186:1-4, pp. 345-394. Available in: <http://www.jfsowa.com/pubs/egtut.pdf>.

ZEMAN, J. Jay (1964). *The graphical logic of Charles S. Peirce*. PhD. Dissertation. Department of Philosophy: University of Chicago. Available in: <http://www.clas.ufl.edu/users/jzeman/>.

#### RESUMO

Os Grafos Existenciais (GEs) de Charles S. Peirce são reconhecidos como o primeiro sistema lógico heterogêneo completo e correto equivalente à lógica predicativa de primeira ordem. Por sistema lógico heterogêneo entende-se aquela que combina uma sintaxe sentencial e diagramática. Neste artigo propomos a tese de que sistemas formais heterogêneos podem ser mais eficientes na investigação de estratégias de derivação e análise de hipóteses na prova, em razão dos elementos visuais presentes na linguagem diagramática. Como método de estudo sugere-se uma comparação do cálculo de dedução natural como os sistemas Alfa e Beta dos GEs, para a demonstração de alguns teoremas da lógica proposicional e de predicados. Justificamos a escolha em razão de ambos os métodos serem similares na composição de regras de inferências e nos propósitos por parte de seus autores (Peirce e Gentzen).

**Palavras-chave:** Lógica. Diagramas. Charles Peirce. Grafos Existenciais. Dedução natural. Prova. Semiótica.

#### ABSTRACT

The Charles S. Peirce's Existential Graphs (EGs) are recognized as the first complete and sound heterogeneous logical system equivalent to first order predicate logic. By heterogeneous logical system we mean one which combines a sentential and diagrammatical syntax. I propose in this paper the thesis that heterogeneous formal systems can be more effective inquiring strategies of derivation and in the analysis of assumptions in proofs, because of the visual aspects present in the diagrammatical language. As a method of study I suggest the comparison between the natural deduction calculus and the Alpha and Beta's systems of the EGs for demonstration of some theorems in the propositional and predicate logic. This choice is justified by the similarities found in the composition of rules of inference and purpose of the authors (Peirce and Gentzen) in both methods.

**Keywords:** Logic. Diagrams. Charles Peirce. Existential graphs. Natural deduction. Proof. Semiotic.