Argumentos exuberantes e sua retificação

Frank Thomas Sautter
UFSM/CNPq
Bruno Ramos Mendonça
UNICAMP

Quando os dados nos faltam, podemos ao menos observar quais dados estão faltando.
Leibniz em *As realizações da lógica e além dela*.

1. Introdução

Sautter e Sanz (2013) investigaram como o acréscimo *mínimo* de informação em premissas de argumentos dedutivamente inválidos da Lógica Proposicional Clássica (LPC) pode ser realizado de tal modo que o resultado seja um argumento dedutivamente válido; o propósito do presente trabalho é mostrar como a retirada de informação espúria em premissas de argumentos dedutivamente válidos da LPC pode ser realizada de tal modo que o resultado ainda seja um argumento dedutivamente válido. Nosso propósito é o de identificar informações desnecessárias nas premissas de argumentos dedutivamente válidos e expurgá-las, mas fazê-lo de tal modo a não descaracterizar os argumentos iniciais; por isso nem sempre a retirada *máxima* de informação espúria é o procedimento correto.

Utilizaremos os seguintes argumentos válidos para exemplificar distintas ideias ao longo do trabalho:[1]

(A1) $\neg p_1 \rightarrow p_2$ (premissa 1); $\neg p_2$ (premissa 2); $p_3 \rightarrow p_4$ (premissa 3); $\neg p_4$ (premissa 4); $p_3 \rightarrow p_1$ (conclusão).

1 "p_1", "p_2", "p_3", e "p_4" são sentenças atômicas.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

(A2) $\neg[(p_1 \wedge p_2) \rightarrow p_3]$ (premissa 1); $p_3 \rightarrow p_1$ (premissa 2); $p_1 \rightarrow p_4$ (premissa 3); $p_3 \rightarrow p_4$ (conclusão).

Este trabalho é guiado pelas seguintes diretrizes:

Primeiro: visamos uma *fundação informacional da Lógica*. A realização dessa diretriz consiste em utilizar a noção de informação em lugar da noção de verdade nas definições das principais noções lógicas. Por exemplo, um argumento é dedutivamente válido se e somente se a informação veiculada pela conclusão também é veiculada pelas premissas; uma verdade lógica é aquela que veicula nenhuma informação; e uma falsidade lógica é aquela que veicula a totalidade da informação que pode ser obtida em termos de um determinado conjunto de átomos informacionais.[2] Neste trabalho utilizaremos formas normais conjuntivas para "ler" as sentenças em termos informacionais.

Segundo: visamos o destaque dos *aspectos dinâmicos da argumentação*. Sautter (2012) distinguiu entre a estática da argumentação, a cinemática da argumentação, e a dinâmica da argumentação. A estática da argumentação é local, à medida que se ocupa de questões relativas a argumentos isolados; a cinemática da argumentação é fracamente global, à medida que se ocupa de questões relativas a sequências de argumentos, porém sem uma preocupação com a contribuição de cada um deles para o todo da argumentação; a dinâmica da argumentação é fortemente global, porque se ocupa de questões relativas à contribuição de cada argumento para o todo da argumentação. Desde que nos ocupamos, neste trabalho, de expurgar informação desnecessária de argumentos dedutivamente válidos, e isso impacta a argumentação como um todo, ocupar-nos-emos, aqui, de uma questão de dinâmica da argumentação.

Terceiro: visamos a utilização de *métodos heterogêneos de prova* em lugar de métodos homogêneos de prova. Esses se caracterizam por utilizar somente representações linguísticas, enquanto que aqueles utilizam representações linguísticas e representações gráficas (Lassalle Casanave *et al.*, 2009). No presente trabalho desenvolvemos um *sui generis* método heterogê-

2 A noção de totalidade de informação é uma noção relativa. Se considerarmos uma sentença de modo isolado, a totalidade de informação será caracterizável exclusivamente em termos das sentenças atômicas que a compõem; se a considerarmos no contexto de um argumento, a totalidade de informação será caracterizável em termos das sentenças atômicas que compõem as sentenças do argumento. Detalhes serão apresentados nas Seções 2 e 3.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

neo: utilizamos somente representações linguísticas, mas elas são manipuladas como se fossem representações gráficas; a única operação (gráfica) consistirá meramente na *constatação* da mesma representação (linguística) na conclusão e em uma ou mais premissas.[3]

Na Seção 2 caracterizaremos e indicaremos a utilidade da forma normal conjuntiva para o próposito do presente trabalho, e na Seção 3 faremos o mesmo com respeito à forma normal conjuntiva completa. Na Seção 4 formularemos e exemplificaremos dois procedimentos para a solução do problema posto no presente trabalho, e na Seção 5 faremos uma apresentação formal, conjuntista, do problema e desses procedimentos.

2. A utilidade da forma normal conjuntiva

Uma forma normal para a LPC é uma família de sentenças que têm a mesma forma e tal que cada sentença de LPC é logicamente equivalente a alguma sentença da família.

Conhecem-se ao menos três formas normais para a LPC: a forma normal implicativa, a forma normal disjuntiva, e a forma normal conjuntiva.

Church (1956, p. 102) caracteriza a forma normal implicativa para a LPC como a família de sentenças tal que cada uma delas satisfaz às seguintes condições:

i) Cada sentença tem a forma $C_1 \rightarrow (C_2 \rightarrow (\ldots \rightarrow (C_m \rightarrow \bot)\ldots))$, onde "$\bot$" é a constante do absurdo.

ii) Cada C_i, para $1 \leq i \leq m$, tem a forma $C_{i1} \rightarrow (C_{i2} \rightarrow (\ldots \rightarrow (C_{in} \rightarrow \bot)\ldots))$.

iii) Cada C_{ik}, para $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq k \leq n$, é um literal, ou seja, uma sentença atômica ou a negação de uma sentença atômica.[4]

Por exemplo, as sentenças de (A1) são logicamente equivalentes às seguintes sentenças

3 Esse método *sui generis* foi anteriormente empregado por Sautter (2013).

4 Um parecerista anônimo sugeriu a substituição das cláusulas ii) e iii) da formulação de Church pela seguinte cláusula logicamente equivalente à conjunção delas: cada Ci, para $1 \leq i \leq m$, é um literal, ou tem a forma $C_{i1} \rightarrow (C_{i2} \rightarrow (\ldots \rightarrow (C_{in} \rightarrow \bot)\ldots))$ tal que cada C_{ik}, para $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq k \leq n$, é um literal. Essa formulação tem o mérito de destacar que, na formulação de Church, pode ocorrer que n seja igual a 1.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

em forma normal implicativa: $\neg p_1 \to (\neg p_2 \to \perp)$ (premissa 1); $p_2 \to \perp$ (premissa 2); $p_3 \to (\neg p_4 \to \perp)$ (premissa 3); $p_4 \to \perp$ (premissa 4); $p_3 \to (\neg p_1 \to \perp)$ (conclusão).

A forma normal disjuntiva para a LPC é a família de sentenças cuja forma é a de uma disjunção generalizada[5] cujos disjuntivos são conjunções de literais. Por exemplo, as sentenças de (A1) são logicamente equivalentes às seguintes sentenças em forma normal disjuntiva: $p_1 \vee p_2$ (premissa 1); $\neg p_2$ (premissa 2); $\neg p_3 \vee p_4$ (premissa 3); $\neg p_4$ (premissa 4); $\neg p_3 \vee p_1$ (conclusão).

Quine (1959), na elaboração de um método de decisão eficiente para a LPC, modificou a noção de forma normal disjuntiva de tal modo a não permitir múltiplas ocorrências de uma sentença atômica em um disjuntivo. O preço a pagar por tal decisão foi a perda da universalidade da forma normal disjuntiva. Nessa versão modificada não há forma normal disjuntiva para antilogias (sentenças auto-contraditórias); por exemplo, embora $p_1 \wedge \neg p_1$ esteja em forma normal disjuntiva (degenerada[6]), ela não está em forma normal disjuntiva modificada e não é possível obter uma sentença em forma normal disjuntiva modificada logicamente equivalente a ela. Utilizaremos, mais abaixo, uma modificação da forma normal conjuntiva análoga a essa modificação de Quine; as razões para tal modificação virão em seguida.

A forma normal conjuntiva para LPC é a família de sentenças cuja forma é a de uma conjunção generalizada[7] cujos conjuntivos são disjunções de literais. Por exemplo, o argumento (A1) em forma normal conjuntiva é dado por: $p_1 \vee p_2$ (premissa 1); $\neg p_2$ (premissa 2); $\neg p_3 \vee p_4$ (premissa 3); $\neg p_4$ (premissa 4); $\neg p_3 \vee p_1$ (conclusão). Por outro lado, o argumento (A2) em forma normal conjuntiva é dado por: $p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3$ (premissa 1); $\neg p_3 \vee p_1$ (premissa 2); $\neg p_1 \vee p_4$ (premissa 3); $\neg p_3 \vee p_4$ (conclusão).

A forma normal conjuntiva de uma proposição satisfaz às seguintes características:

5 Desde que a disjunção é comutativa e associativa, não é necessário utilizar parênteses para distinguir entre, por exemplo, $(p_1 \vee p_2) \vee p_3$ e $p_1 \vee (p_2 \vee p_3)$, e ambas podem ser convenientemente denotadas pela disjunção generalizada $p_1 \vee p_2 \vee p_3$.

6 Ela é degenerada porque compõe-se de um único disjuntivo.

7 Desde que a conjunção é comutativa e associativa, não é necessário utilizar parênteses para distinguir entre, por exemplo, $(p_1 \wedge p_2) \wedge p_3$ e $p_1 \wedge (p_2 \wedge p_3)$, e ambas podem ser convenientemente denotadas pela conjunção generalizada $p_1 \wedge p_2 \wedge p_3$.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

Relevância informacional: cada conjuntivo veicula uma parcela de informação. Por exemplo, em $p_1 \wedge p_2 \wedge \neg p_3$ são veiculadas três parcelas de informação: uma delas é veiculada por p_1, outra por p_2, e outra por $\neg p_3$.

Completude informacional: a totalidade de informação veiculada pela proposição é dada pela soma mereológica das parcelas de informação veiculadas pelos conjuntivos. No exemplo imediatamente acima, não há informação veiculada pela sentença a não ser aquela dada pela soma mereológica das informações veiculadas pelos três conjuntivos.

Analogamente à modificação de Quine (1959), acima aludida, não permitiremos que na forma normal conjuntiva modificada haja múltiplas ocorrências de uma sentença atômica em um conjuntivo. Por exemplo, embora $p_1 \vee \neg p_1$ esteja em forma normal conjuntiva (degenerada[8]), ela não está em forma normal conjuntiva modificada e não é possível obter uma sentença em forma normal conjuntiva modificada logicamente equivalente a ela. Novamente o preço a pagar por tal decisão é a perda da universalidade da forma normal conjuntiva, pois não há forma normal conjuntiva modificada para tautologias. A razão para essa modificação é puramente conceitual: uma tautologia não veicula informação alguma, portanto é conveniente não associar nenhuma sentença a ela, sugerindo que ela estivesse veiculando alguma informação. Essa modificação não tem maior impacto, porque:

a) Tautologias podem ser identificadas por intermédio da forma normal disjuntiva, modificada ou não.

b) Se uma premissa é tautológica, ela pode ser simplesmente eliminada, o que corresponde perfeitamente à tarefa de retificação de argumentos exuberantes aqui empreendida.

c) Se a conclusão é tautológica, todas as premissas podem ser simplesmente eliminadas, o que novamente corresponde perfeitamente à tarefa de retificação de argumentos exuberantes aqui empreendida.

3. A utilidade da formal normal conjuntiva completa

Contudo, não é suficiente colocar as sentenças de um argumento em forma normal con-

8 Ela é degenerada porque compõe-se de um único conjuntivo.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

juntiva para comparar as informações de premissas e conclusão, pois na maioria dos casos as sentenças veiculam informações cujas "matérias-primas" se apresentam como incomparáveis entre si. Por exemplo, a instância de *modus ponens* $p_1 \rightarrow p_2$ (premissa 1), p_1 (premissa 2), e p_2 (conclusão) tem, como forma normal conjuntiva, $\neg p_1 \vee p_2$ (premissa 1), p_1 (premissa 2), e p_2 (conclusão); porém, as três parcelas de informação são incomparáveis, porque a matéria-prima de cada uma delas é parcial ou totalmente distinta das demais: a premissa 1 trata de p_1 e p_2, a premissa 2 trata somente de p_1, e a conclusão trata somente de p_2. A forma normal conjuntiva completa permite a comparação de cada sentença com qualquer outra. Por exemplo, a forma normal conjuntiva completa do argumento acima, com respeito à matéria-prima expressa pelo conjunto formado pelas sentenças atômicas p_1 e p_2, é dada por: $\neg p_1 \vee p_2$ (premissa 1), $(p_1 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee \neg p_2)$ (premissa 2), e $(p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_2)$ (conclusão). Aqui literalmente se vê que o argumento é dedutivamente válido[9], porque cada parcela de informação da conclusão, veiculada por um conjuntivo, também é veiculada por alguma premissa.

Rigorosamente, uma forma normal conjuntiva completa é uma forma normal conjuntiva em que cada conjuntivo trata exatamente das mesmas sentenças atômicas. Portanto, uma forma normal conjuntiva completa é sempre relativa a um determinado conjunto de sentenças atômicas.

Consideremos as seguintes definições de forma normal conjuntiva e forma normal conjuntiva completa já incorporadas as modificações que excluem conjuntivos com múltiplas ocorrências da mesma sentença atômica.

O conjunto $\mathbb{L}$ das sentenças atômicas de uma sentença S em que não há múltiplas ocorrências de uma mesma sentença atômica é dado pelas seguintes cláusulas:

i) Se S é uma sentença atômica, $\mathbb{L}(S) = \{S\}$.

ii) $\mathbb{L}(\neg S) = \mathbb{L}(S)$.

iii) Se $\mathbb{L}(S) \neq \emptyset$ e $\mathbb{L}(T) \neq \emptyset$ e $\mathbb{L}(S) \cap \mathbb{L}(T) = \emptyset$, então $\mathbb{L}(S \vee T) = \mathbb{L}(S) \cup \mathbb{L}(T)$.

9 Disso decorre o caráter heterogêneo das provas de validade dedutiva empreendidas pelo método aqui exposto.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

iv) Se $\mathbb{L}(S) = \emptyset$ ou $\mathbb{L}(T) = \emptyset$ ou $\mathbb{L}(S) \cap \mathbb{L}(T) \neq \emptyset$, então $\mathbb{L}(S \vee T) = \emptyset$.[10]

A noção de sentença fundamental S é dada pelas seguintes cláusulas:

i) Se S é um literal, então S é uma sentença fundamental.

ii) Se S é uma sentença fundamental e T é uma sentença fundamental e $\mathbb{L}(S \vee T) \neq \emptyset$, então $S \vee T$ é uma sentença fundamental.

A noção de forma normal conjuntiva S é dada pelas seguintes cláusulas:

i) Se S é uma sentença fundamental, então S é uma forma normal conjuntiva.

ii) Se S é uma forma normal conjuntiva e T é uma forma normal conjuntiva, $S \wedge T$ é uma forma normal conjuntiva.

A noção de forma normal conjuntiva completa S com respeito a um conjunto de fórmulas atômicas $\mathbb{L}$ é dada pelo atendimento do seguinte par de cláusulas:

i) S é uma forma normal conjuntiva.

ii) Se T é um conjuntivo de S, então $\mathbb{L}(T) = \mathbb{L}$, onde $\mathbb{L}(T)$ é o conjunto das sentenças atômicas de T.

O seguinte resultado não é difícil de ser demonstrado:

Teorema 1. Se S é uma sentença não-tautológica e $\mathbb{L}(S) \subseteq \mathbb{L}$, onde $\mathbb{L}(S)$ é o conjunto de sentenças atômicas de S, então S é convertível a uma forma normal conjuntiva completa com respeito a $\mathbb{L}$, ou seja, há uma sentença em forma normal conjuntiva completa com respeito a $\mathbb{L}$ que é logicamente equivalente a S.

Consideremos, a título de exemplo, a forma normal conjuntiva completa do argumento (A1), apresentado no início deste trabalho, com o conjunto de sentenças atômicas convenientemente escolhido.

O argumento (A1) em sua forma normal conjuntiva completa com respeito a $\{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ é dado por:

10 Se uma sentença S tem múltiplas ocorrências de uma mesma sentença atômica, simplesmente atribuímos o conjunto vazio a $\mathbb{L}(S)$.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

(Premissa 1) $(p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee \neg p_4) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3 \vee p_4) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3 \vee \neg p_4)$, ou seja, ela é constituída por quatro conjuntivos.

(Premissa 2) $(\neg p_2 \vee p_1 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee p_1 \vee p_3 \vee \neg p_4) \wedge (\neg p_2 \vee p_1 \vee \neg p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee p_1 \vee \neg p_3 \vee \neg p_4) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1 \vee p_3 \vee \neg p_4) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1 \vee \neg p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_1 \vee \neg p_3 \vee \neg p_4)$, ou seja, ela é constituída por oito conjuntivos.

(Premissa 3) $(\neg p_3 \vee p_4 \vee p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_3 \vee p_4 \vee p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_3 \vee p_4 \vee \neg p_1 \vee p_2) \wedge (\neg p_3 \vee p_4 \vee \neg p_1 \vee \neg p_2)$, ou seja, ela é constituída por quatro conjuntivos.

(Premissa 4) $(\neg p_4 \vee p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_1 \vee p_2 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_1 \vee \neg p_2 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_3)$, ou seja, ela é constituída por oito conjuntivos.

(Conclusão) $(\neg p_3 \vee p_1 \vee p_2 \vee p_4) \wedge (\neg p_3 \vee p_1 \vee p_2 \vee \neg p_4) \wedge (\neg p_3 \vee p_1 \vee \neg p_2 \vee p_4) \wedge (\neg p_3 \vee p_1 \vee \neg p_2 \vee \neg p_4)$, ou seja, ela é constituída por quatro conjuntivos.

A forma normal conjuntiva completa de uma sentença no contexto de um argumento[11] satisfaz à seguinte característica:

Comparabilidade informacional: cada parcela de informação veiculada por um conjuntivo da sentença é comparável a qualquer outra parcela de informação veiculada por outro conjuntivo da mesma sentença ou por um conjuntivo de uma outra sentença do argumento.

Constata-se, por uma rápida inspeção na forma normal conjuntiva completa de (A1), acima, que cada conjuntivo da conclusão também é conjuntivo de alguma premissa, ou seja, cada parcela de informação da conclusão também é parcela de informação de alguma premissa, ou seja, o argumento (A1) é dedutivamente válido.

4. Caracterização informal de soluções

A solução mais simples, e também a mais radical, para a retificação de argumentos exuberantes consiste simplesmente em refazer o argumento, mantendo sua conclusão e utilizando

11 Ao considerá-la no contexto de um argumento o que se exige é que sua forma normal conjuntiva completa seja produzida com respeito ao conjunto das sentenças atômicas que compõem as sentenças do argumento.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

como premissas os conjuntivos da conclusão em forma normal conjuntiva completa com respeito às sentenças atômicas do argumento original ou, mesmo, utilizando como premissas os conjuntivos da conclusão em forma normal conjuntiva. Contudo, essa solução é insatisfatória, porque o proponente do argumento original pode não reconhecer, como seu, o argumento resultante dessa solução simples e radical.

Propomos, aqui, dois tipos de solução que, em certa medida, preservam as características do argumento, mas, ao mesmo tempo, minimizam a informação espúria. Essa preservação das feições do argumento original consiste em não alterar as premissas originais, enfraquecendo-as, mas apenas selecionar uma ou mais que validem dedutivamente o argumento.

Na próxima seção, denotada pelo conjunto de sentenças $\mathbb{O}_1$, selecionaremos os subconjuntos de premissas com a menor cardinalidade possível. Assim, em relação ao argumento (A1) há duas soluções desse tipo: o subconjunto de premissas formado pelas premissas 1 e 2, e o subconjunto de premissas formado pelas premissas 3 e 4. Em relação ao argumento (A2) há uma única solução desse tipo: o subconjunto de premissas cujo único elemento é a premissa 1.[12]

Na próxima seção, denotada pelo conjunto de sentenças $\mathbb{O}_2$, selecionaremos os subconjuntos de premissas que tenham a menor quantidade de informação, medida em termos de conjuntivos da forma normal conjuntiva completa das sentenças com respeito ao conjunto total de sentenças atômicas do argumento original. Assim, em relação ao argumento (A1) há, novamente, duas soluções desse tipo, coincidentes com as soluções dadas pelo primeiro tipo de solução: o subconjunto de premissas formado pelas premissas 1 e 2, e o subconjunto de premissas formado pelas premissas 3 e 4. Contudo, em relação ao argumento (A2) há, novamente, uma única solução, mas distinta da solução fornecida pelo primeiro tipo de solução: o subconjunto de premissas formado pelas premissas 2 e 3.[13]

As soluções acima podem ser ulteriormente expurgadas, caso ainda contenham informação desnecessária para a validade dedutiva do argumento. O expurgo ulterior das soluções

12 Os silogismos de Aristóteles são tais que o as soluções desse primeiro tipo coincidem com o argumento original, ou seja, nenhum silogismo aristotélico é exuberante conforme esse primeiro tipo de solução.

13 Os silogismos de Aristóteles também são tais que as soluções desse segundo tipo coincidem com o argumento original, ou seja, nenhum silogismo aristotélico é exuberante conforme esse segundo tipo de solução.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

denotadas, na próxima seção, por $\mathbb{O}_1$, será denotado, na próxima seção, pelo conjunto de sentenças $\mathbb{O}_1^*$; e o expurgo ulterior das soluções denotadas, na próxima seção, por $\mathbb{O}_2$, será denotado, na próxima seção, pelo conjunto de sentenças $\mathbb{O}_2^*$. Por exemplo, o conjunto $\mathbb{O}_1^*$ relativo ao argumento (A1) é idêntico ao conjunto $\mathbb{O}_1$, a saber, há duas soluções – uma delas formada pelas premissas 1 e 2, e a outra formada pelas premissas 3 e 4 –, contudo $\mathbb{O}_1^*$ relativo ao argumento (A2) tem uma única solução, a saber, o conjunto cujo único elemento é $\neg p_3$, que é um enfraquecimento da premissa 1.[14] Por outro lado, $\mathbb{O}_2^*$ coincide com $\mathbb{O}_2$ tanto em relação ao argumento (A1) como em relação ao argumento (A2).

5. Caracterização conjuntista de soluções

Apresentaremos, nesta seção, uma caracterização rigorosa do problema e de suas soluções aqui propostas.

Seja um argumento cujas premissas são $P_1, \ldots, P_n$ e cuja conclusão é C.

Será útil definirmos o conjunto das premissas e o conjunto das sentenças do argumento:

$\mathbb{P} = \{P_i : 1 \leq i \leq n\}$ é o conjunto das premissas do argumento.

$\mathbb{S} = \mathbb{P} \cup \{C\}$ é o conjunto total de sentenças do argumento.

Utilizaremos, na obtenção de formas normais conjuntivas completas o seguinte conjunto:

$\mathbb{A} = \{A\text{: A é uma sentença atômica de S para } S \in \mathbb{S}\}$ é a"matéria-prima"do argumento, ou seja, o conjunto das sentenças atômicas que ocorrem no argumento.

A seguir, definimos, para cada sentença do argumento, o conjunto das informações veiculadas por ela, mediante conjuntivos de formas normais conjuntivas completas:

Para todo $S \in \mathbb{S}$, $\mathbb{I}(S) = \{N\text{: N é um conjuntivo da forma normal conjuntiva completa de S com respeito a } \mathbb{A}\}$. $\mathbb{I}(S)$ representa o conjunto das informações veiculadas por S.

14 O enfraquecimento de sentença constitui, a nosso ver, uma alteração da feição do argumento original. Portanto, $\mathbb{O}_1^*$ e $\mathbb{O}_2^*$ serão soluções aceitáveis somente se houver um relaxamento na exigência de preservação das feições originais de argumentos exuberantes.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

O passo seguinte consiste em identificar os subconjuntos de premissas segundo os quais o argumento é dedutivamente válido:

$\mathbb{E} = \{\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{P}: \mathbb{I}(C) \subseteq \bigcup\{\mathbb{I}(Q): Q \in \mathbb{Q}\}$ é o espaço de soluções à validade dedutiva do argumento; se $\mathbb{E} = \emptyset$, o argumento é dedutivamente inválido; se $\mathbb{E} \neq \emptyset$, cada $F \in \mathbb{E}$ é um subconjunto de premissas do argumento suficiente para mostrar a sua validade dedutiva.

Eliminamos aquelas soluções que não são minimais:

$\mathbb{M} = \{M \in \mathbb{E}$: não existe $E \in \mathbb{E}$ tal que $E \subset M\}$ é o conjunto de soluções minimais à validade dedutiva do argumento.

Há dois tipos de solução ótima à validade dedutiva do argumento, respeitada sua feição original:

$\mathbb{O}_1 = \{O \in \mathbb{M}$: não existe $M \in \mathbb{M}$ tal que Cardinalidade(M) < Cardinalidade (O)}. Esse tipo de solução seleciona subconjuntos de premissas com a menor cardinalidade.

$\mathbb{O}_2 = \{O \in \mathbb{M}$: não existe $M \in \mathbb{M}$ tal que Cardinalidade($\bigcup\{\mathbb{I}(N): N \in \mathbb{M}\} - \mathbb{I}(C)$) < Cardinalidade ($\bigcup\{\mathbb{I}(R): R \in O\} - \mathbb{I}(C)$)}. Esse tipo de solução seleciona os subconjuntos de premissas com a menor quantidade de informação.

Como esclarecemos na seção anterior, em alguns casos ainda é possível expurgar informação espúria presente nas soluções de $\mathbb{O}_1$ e $\mathbb{O}_2$, embora isso possa descaracterizar completamente o argumento original:

Para cada $i \in \{1,2\}$, para cada $O \in \mathbb{O}_i$, e para cada $P \in O$, subtitua P por $\mathbb{I}(P) \cap \mathbb{I}(C)$. Os conjuntos resultantes $\mathbb{O}_1^*$ e $\mathbb{O}_2^*$ têm as características de $\mathbb{O}_1$ e $\mathbb{O}_2$, respectivamente, mas também não contêm informação espúria alguma.

6. Considerações finais

As retificações aqui propostas para os argumentos exuberantes são tais que nenhum silogismo aristotélico é exuberante (ver notas 12 e 13), o que nos parece uma maneira elegante de marcar a diferença dos argumentos da silogística aristotélica em relação aos argumentos da lógica contemporânea.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

Além disso, Sautter e Sanz (2013) e este trabalho sugerem que diversos aspectos da avaliação dos argumentos tradicionalmente vinculados a outras disciplinas, tal como a retórica, podem ser adequadamente capturados pela lógica formal. Essa não está restrita à avaliação da validade dedutiva e propriedades assemelhadas dos argumentos, mas pode contribuir em aspectos relacionados mais propriamente à persuasão e ao convencimento.

Aqui, a nosso favor, invocamos o sexto item da lista "Meu ponto-de-vista filosófico", elaborada por Kurt Gödel (Wang, 1996, p. 316): "Há incomparavelmente mais cognoscível *a priori* do que é atualmente conhecido."

Referências bibliográficas

CHURCH, A. 1956. *Introduction to Mathematical Logic. Volume 1.* Princeton: Princeton University Press.

LASSALLE CASANAVE, A.; VAZ, B.; SCHULTZ, S. 2009. Diagramas e provas. *Dois Pontos*, Curitiba, São Carlos, v. 6, n. 2, pp. 13-25, outubro.

QUINE, W. van O. 1959. On cores and prime implicants of truth functions. *American Mathematical Monthly*, Washington, v. 66, n. 9, pp. 755-760, November.

SAUTTER, F.T. 2012. A dinâmica da argumentação sob uma perspectiva lógica. *Dissertatio*, Pelotas, v. 35, pp. 195-207, inverno.

SAUTTER, F.T. 2013. Un tema de Hilbert y Ackermann: formas normales para la prueba de validez. In: ESQUISABEL, O.M.; SAUTTER, F.T. (orgs.) *Conocimiento simbólico y conocimiento gráfico. História y teoría*, Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires.

SAUTTER, F.T.; SANZ, W. de C. 2013. Teorias axiomáticas: o problema da ampliação da base. *Fundamento: Revista de Pesquisa em Filosofia*, Ouro Preto, n. 6, pp. 11-21, janeiro-junho.

WANG, H. 1996. *A Logical Journey: From Gödel to Philosophy*. Cambridge, London: The MIT Press.

ANALYTICA
volume 18
número 2
2014

RESUMO

"Argumento exuberante" é qualquer argumento dedutivamente válido tal que ele se mantém dedutivamente válido se enfraquecemos ou eliminamos uma ou mais premissas. "Retificação de um argumento exuberante" é qualquer procedimento que enfraquece ou elimina uma ou mais de suas premissas e, ao mesmo tempo, preserva sua validade dedutiva. Propomos dois procedimentos de retificação de argumentos exuberantes da Lógica Proposicional Clássica que, em geral, não descaracterizam esses argumentos exuberantes.

Palavras-chave: *Informação. Formal normal. Lógica proposicional clássica. Dinâmica da argumentação. Prova heterogênea.*

ABSTRACT

"Lush argument" is any deductively valid argument that remains deductively valid if one or more premisses are weakened or eliminated. "Rectification of a lush argument" is any procedure that weakens or eliminates one or more of its premisses and, at the same time, preserves its deductive validity. We propose two procedures of rectification of lush arguments from Classical Propositional Logic that, in general, don't mischaracterize these lush arguments.

Keywords: *Information. Normal form. Classical propositional logic. Dynamics of argumentation. Heterogeneous proof.*

Recebido em fevereiro de 2015
Aprovado em setembro de 2015