

DESCARTES, MATEMÁTICA E O MUNDO FÍSICO

Daniel Garber

UNIVERSITY OF CHICAGO

O século dezessete foi o período em que a física matemática, tal como nós a conhecemos, foi inventada e no qual tipos como Galileu, Huygens e Newton aprenderam como aplicar a matemática a problemas físicos. Descartes parece estar bem colocado nesse importante movimento do pensamento. Ele foi um dos matemáticos preeminentes do século, e a sua *Geometria* uma das grandes obras na história da matemática. Descartes escreveu extensivamente sobre questões de física, e a sua visão mecanicista do mundo teve profunda influência sobre os seus contemporâneos, talvez mesmo mais do que a sua metafísica. De fato, a sua identificação do corpo com a extensão parecia garantir que ele teria que ser um físico matemático. Para ele, os corpos são apenas os objetos da geometria tornados concretos. Não é, portanto, surpreendente que ele tenha, por diversas vezes, declarado que a sua física nada mais é do que matemática. Por exemplo, nos *Principia*, Descartes escreve:

Os únicos princípios que eu aceito, ou exijo, na física são aqueles da geometria e da matemática pura; esses princípios explicam todos os fenômenos naturais, e nos permitem proporcionar demonstrações suficientemente certas acerca deles ... [Pr II 64]¹

(1) Para as referências dos *Princípios de Filosofia*, eu abreviei o título 'Pr' e dou a parte e o número da seção. Outras referências a Descartes são dadas na edição de C. Adam e Paul Tannery, *Oeuvres de Descartes* (nouvelle présentation par P. Costabel et B. Rochot, Paris, Vrin-CNRS, 1964-74), abreviada como 'AT', seguida pelo número do volume e da página.

De maneira similar, em uma carta a Mersenne de 11 de março de 1640, ele escreve:

Eu pensaria nada saber de física, se apenas pudesse dizer como as coisas poderiam ser, sem demonstrar que elas não poderiam ser de outra maneira.

Isso é perfeitamente possível uma vez que se tenha reduzido a física às leis da matemática.

Eu penso que posso fazê-lo para o pequeno domínio que meu conhecimento abrange [AT III 39].

Mas, apesar de tudo isso, e apesar de suas declarações, parece que Descartes nunca conseguiu reunir esses dois domínios. Por exemplo, em contraste radical com o seu rude contemporâneo Galileu, a física do Descartes maduro é quase que inteiramente qualitativa. Existe, é claro, um forte raciocínio matemático nos escritos ópticos de Descartes, na *Dióptrica* e nos *Meteoros*, nos quais ele discute tópicos como a reflexão, a refração e o arco-íris, ramos daquilo que era na época chamado de matemática mista. Encontra-se também um forte raciocínio matemático nos fragmentos mais antigos de Descartes, particularmente nos escritos que fez para Isaac Beeckman e nos dos anos seguintes. Mas, no *Le Monde* e nos tardios *Principia*, quase não se encontra um cálculo, uma equação ou uma demonstração geométrica.

Tomemos o desenvolvimento da sua física nos *Principia*, partes II e IV. A lei básica da conservação de Descartes é, em sua raiz, quantitativa: conservação de comprimento vezes velocidade. Mas ela não é dada quantitativamente no texto, nem é explicitamente invocada em nenhum tipo de procedimento matemático quantitativo nas passagens seguintes. Descartes dá uma versão do que posteriormente veio a ser chamado de lei da inércia: um corpo em movimento retilíneo uniforme permanecerá em movimento retilíneo uniforme, a menos que ele seja interceptado por algum corpo externo. Disso Descartes deduz a força centrífuga e argumenta que uma pedra que gira em uma tábua tende a se separar desta. Esta força centrífuga é básica para a teoria dos vórtices, que está no centro de sua cosmologia na parte III dos *Principia*. De acordo com essa teoria,

o mundo separa-se a si próprio em turbilhões de fluido que arrastam os planetas consigo, que os arrastam em torno de um sol central. A luz, segundo essa teoria, é interpretada simplesmente como a pressão do fluido turbilhonante, a força centrífuga da matéria sutil. Descartes, no entanto, em nenhum lugar procura quantificá-la, dar uma expressão matemática da pressão, afirmar algo sobre a velocidade que o fluido precisa ter para resultar nos fenômenos que observamos ou dizer alguma coisa sobre as trajetórias dos planetas. Sua cosmologia é completamente qualitativa, da mesma maneira que o é a sua discussão sobre as cosmologias de Copérnico, de Ptolomeu e de Ticho Brahe feita anteriormente, na parte II. Finalmente, há a sua discussão do magneto na parte IV dos *Principia*. Descartes fornece uma abordagem dos fenômenos magnéticos em termos de partículas em forma de pequeníssimos parafusos, cujos movimentos através dos poros de ímãs devem explicar a atração e a repulsão magnéticas. Não há nenhuma tentativa de dizer algo quantitativo sobre a força de atração e repulsão. Alexandre Koyré o expõe sucintamente:

O fato é bem conhecido. A física de Descartes, tal como apresentada nos Principia, não contém leis matematicamente exprimíveis. Ela é, de fato, tão pouco matemática como aquela de Aristóteles².

A física de Descartes pode ser lida como um romance, como ele sugeriu à Princesa Elisabeth: existem diagramas elegantes e imagens bonitas, mas nem uma única equação ou um único argumento geométrico. A física dos *Principia* é toda ela palavras.

Este é, de qualquer forma, o conhecimento convencional; o que a maioria dos comentadores acredita acerca de Descartes. Mas a correspondência nos dá uma imagem bastante diferente de Descartes. Na sua correspondência, em

(2) Alexandre Koyré, *Études galiléennes* (Paris:Hermann, 1939), II-46.

particular na sua correspondência com Mersenne, encontra-se um físico perfeitamente capaz de participar do programa de uma física matemática. É esse diferente Descartes que eu gostaria de explorar neste ensaio.

Physico-mathematici paucissimi: a Física-matemática e o Paradigma Galileano

Entretanto, antes de nos voltarmos para Descartes, gostaria de discutir brevemente a matemática, a física e a relação entre elas no início do século dezessete quando Descartes entra em cena pela primeira vez. Em seus diários, Isaac Beeckman anota com orgulho, em uma passagem intitulada “Physico-mathematici paucissimi”, que Descartes o achou singular em sua habilidade para reunir matemática e física [AT X 52]. Descartes obviamente pretendia que isso fosse um elogio e Beeckman o tomou dessa maneira. O que pretendia ele aqui?

É bem conhecido que a filosofia natural aristotélica tinha uma relação ambígua com a matemática. Falando estritamente, para o aristotélico ortodoxo, a matemática não possui lugar real na filosofia natural (física); a matemática trata de abstrações, não de naturezas reais e da causa de como elas são no mundo, o tema da física. Por outro lado, existe uma longa tradição do que era chamado de matemática mista. Essa incluía disciplinas como a astronomia, a óptica e a música, áreas em que os métodos matemáticos eram usados nas questões relacionadas aos objetos do mundo físico. No entanto, existia uma diferença entre um tratamento da matemática (mista) e um tratamento da física dos temas. Na astronomia, por exemplo, o matemático tratava os movimentos aparentes dos planetas, construindo modelos matemáticos baseados na experiência passada para prever fenômenos futuros, enquanto o filósofo natural lidava com a natureza da matéria celestial, a causa real do movimento, etc. O astrônomo matemático estava interessado em salvar as aparências enquanto o físico estava interessado em conhecer a verdadeira história.

O termo “física matemática” era comum no início do século dezessete.³ Algumas vezes, ele parecia significar apenas um trabalho em matemática mista no sentido tradicional.⁴ Outras vezes, ele parecia designar um trabalho que inclui discussões de matemática mista e discussões (separadas) da natureza e das causas das coisas no mundo.⁵ Em seu uso mais interessante, no entanto, ele era uma tentativa de estender os tipos de método matemático em uso em diferentes ramos da matemática mista a outras áreas mais tradicionalmente tratadas pela física. Isto é, creio eu, o que Beeckman parece ter tido em mente.

Enquanto que um certo número de pessoas procurava combinar matemática e física neste período, um programa foi particularmente importante no início do século dezessete. O trabalho de Galileu a partir de 1620 e 1630 (e mesmo antes) mostra um sentido muito sofisticado de como tratar os problemas da física dos corpos pesados em movimento, e submetê-los ao tratamento matemático. Usando uma variedade de experimentos, Galileu foi capaz de mostrar como, para um corpo em queda livre, a distância percorrida é proporcional ao quadrado do tempo. Ele também foi capaz de estender essas investigações, de diversas maneiras frutíferas, ao comportamento de bolas em planos inclinados e ao comportamento dos pêndulos. O que muito impressionou seus contemporâneos foram os seus estudos sobre o movimento dos projéteis. Combinando o movimento horizontal uniforme com o movimento vertical uniformemente acelerado, ele foi capaz de mostrar que um projétil se move em uma trajetória parabólica (ver fig.1). Nesses estudos, Galileu propôs um paradigma muito poderoso e persuasivo para a compreensão de como a matemática poderia ser aplicada à física, um modelo de como fazer a nova física. Isto é o que chamarei de paradigma galileano.⁶ O paradigma

(3) Sobre isto e mais geralmente sobre o lugar da matemática no pensamento aristotélico moderno prematuro, ver Peter Dear, *Discipline and Experience: the Mathematical Way in the Scientific Revolution* (Chicago: University of Chicago Press, 1995), capítulo 6.

(4) Esse parece ser o sentido segundo o qual Isaac Barrow usava o termo; ver Dear, *op. cit.*, pp. 178-9, 223-4.

(5) Ver Dear, *op. cit.*, p. 173.

(6) Eu uso o termo ‘paradigma’ no sentido em que Thomas Kuhn o emprega em seu *Structures of Scientific Revolutions* (Chicago: University of Chicago Press, 1962, 1970): paradigmas são

galileano possui o seu principal domínio de aplicação na física dos corpos pesados, corpos com uma “tendência natural” para cair em direção ao centro da terra. Ele faz uso de certas leis (o que posteriormente viria a ser chamado de lei da inércia — todo corpo permanece em movimento retilíneo uniforme, a menos que se interfira com ele — bem como da lei galileana da queda livre), baseadas na observação, bem como no raciocínio tomado de empréstimo à mecânica, a ciência das máquinas simples como o plano inclinado e a alavanca, para dar descrições matemáticas do comportamento dos corpos pesados em uma multiplicidade de situações. O paradigma galileano não é obra exclusiva de Galileu; ele claramente contém elementos — inclusive a própria ciência da mecânica — que podem ser remontados a Arquimedes, à *Mechanica* pseudo-aristotélica e a uma diversidade de autores do século dezesseis.⁷ Mas, no início do século dezessete, era Galileu quem melhor personificava o novo espírito da física.

Preeminente entre aqueles que participaram deste programa estava o Padre Marin Mersenne, amigo próximo de Descartes e seu padrinho intelectual. Desde o período em que entrou pela primeira vez em contato com Galileu e suas idéias em meados de 1620, Mersenne ficou profundamente impressionado com o seu procedimento na investigação do movimento.⁸ Mesmo que Mersenne nem sempre concordasse com Galileu, ele publicou edições francesas de seus escritos, expôs as idéias de Galileu em sua própria obra e incorporou

“exemplos aceitos da prática científica real — exemplos que incluem lei, teoria, aplicação e instrumentação juntos — [que] fornecem modelos a partir dos quais surgem determinadas tradições coerentes de pesquisa científica.” (pg. 10). Embora a noção de paradigma tenha muitos problemas e complexidades, e embora o esquema geral de Kuhn para a história da ciência seja geralmente considerado problemático, eu penso que a idéia de um paradigma galileano é bastante iluminadora neste contexto histórico particular e limitado.

(7) Sobre as fontes do pensamento de Galileu, fontes que também expressam o pensamento de seus contemporâneos mecanicistas, ver especialmente William A. Wallace, *Galileo and His Sources* (Princeton: Princeton University Press, 1984).

(8) Ver Robert Lenoble, *Mersenne, ou la naissance du mécanisme* (Paris: Vrin, 1943¹, 1971², pgs. 39, 357-60, 391 ff.).

completamente o seu estilo de física matemática. Em 1634, pouco depois da condenação de Galileu em Roma, Mersenne publicou em Paris um livro intitulado *Les Mécaniques de Galilée*, uma tradução (com adendos e comentários seus) de um até então inédito manuscrito sobre a teoria matemática das máquinas simples e a percussão, atualmente conhecida sob o título de *Le meccaniche*. A isso seguiu-se em 1639/40 a publicação em Paris de *Les nouvelles pensées de Galilée*, uma adaptação livre para o francês dos *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a duo nuove scienze* de Galileu (Leiden, 1638). O paradigma galileano sobre a investigação dos corpos pesados em movimento penetrou igualmente em profundidade nos escritos de Mersenne, incluindo a *Harmonie universelle* (Paris, 1636/37), a *Cogitata physico mathematica* (Paris, 1644) e a *Novarum observationum tomus III* (Paris, 1647).

O tratamento dado a Galileu na *Harmonie universelle* é indicativo da admiração excessiva de Mersenne por ele.⁹ O principal tema da *Harmonie universelle* é a música, obviamente um domínio tradicional da matemática mista. Mas a *Harmonie universelle* começa com um tratado sobre o som, sua natureza e propriedades, incluindo extensas discussões acerca do movimento em geral. Imediatamente após o sumário, Mersenne fornece resumidamente oito teoremas de Galileu sobre a queda livre dos corpos pesados e sobre o movimento de corpos em planos inclinados, “mouvements naturels des corps pesans”. O livro II, em seguida, é sobre “Des mouvements de toutes sortes de corps”. É neste livro que a influência do tratamento matemático do movimento dos corpos pesados é mais evidente. Neste livro, Mersenne trata detalhadamente da queda livre, dos movimentos compostos de queda livre e da rotação da terra, de planos inclinados, de se um corpo em queda livre sempre aumenta a sua velocidade, do movimento dos pêndulos, entre muitas outras coisas. Ao final da *Harmonie universelle*,

(9) Meus comentários neste parágrafo são baseados em um exame da cópia preservada na Bibliothèque des Arts et Métiers, reimpressa em fac-símile, Paris: Éditions du CNRS, 1963. Outras cópias diferem quanto ao conteúdo e ao arranjo. Essa cópia contém notas manuscritas do próprio punho de Mersenne e, assim, parece ser legítima.

encontra-se uma seção intitulada “Nouvelles observations physiques et mathematiques”, na qual Mersenne discute a queda livre dos corpos pesados no ar e na água, a composição de movimentos naturais e violentos e o peso de corpos em diferentes distâncias do centro da terra. Todas essas discussões mostram as tentativas de Mersenne de aplicar os métodos matemáticos das ciências mistas à compreensão do movimento dos corpos pesados, um programa que, no caso de Mersenne, é realizado diretamente sob a influência de Galileu. Mas existe um outro importante participante no programa galileano neste período, alguém cujos escritos nesse domínio são bem menos conhecidos que os de Mersenne, ainda que não menos importantes: René Descartes.

Descartes, Mersenne e a matemática-física

Em suas cartas a Descartes no final de 1630 e no início de 1640, Mersenne informa acerca de muitos temas que lhe interessam nesse período, temas bastante conectados com a nova física matemática de estilo galileano, que ele estava então elaborando. E Descartes responde na mesma moeda. É nessas trocas que vemos um Descartes muito diferente. Ainda que existam inúmeros exemplos acerca disso e que poderíamos discutir, eu gostaria de chamar a atenção para um exemplo em particular.

Na *Harmonie universelle*, Mersenne evocou a questão de se um corpo pesa mais, ou menos, quando ele está mais perto, ou mais longe, do centro da terra.¹⁰ Esta era uma questão que interessava muito a Mersenne, da mesma

(10) Mersenne abordou este ponto no livro III, prop. 19 (20) da *Harmonie universelle* e o discute mais detalhadamente nas últimas seções do livro. As proposições no livro III (Du mouvement, de la tension, de la force, de la pesanteur, & des autres proprietéz des chordes Harmoniques, & des autres corps) são mal numeradas, começando com a proposição 6, dada incorretamente como prop. 5, na pg. 169. Na cópia preservada na Bibliothèque des Arts et Métiers, o próprio Mersenne corrigiu os erros com caneta. (Essa cópia está reimpressa em fac símile, Paris: Éditions du CNRS, 1963.) A proposição em questão está impressa como prop. 19 mas, na

forma que a muitos de seus contemporâneos.¹¹ Em resposta a esta questão, Descartes enviou em 13 de julho de 1638, uma carta a Mersenne que equivale a um pequeno tratado sobre esse tema, claramente redigido no estilo galileano de argumentação [AT II 222ff].

realidade, é a vigésima proposição do livro. Para discussões posteriores no livro, ver prop. 18 do “De l’utilité de Harmonie”, ao final do último livro da *Harmonie universelle* e as *Nouvelles observations physiques et mathématiques*, pgs. 16 ff, essas, aparentemente, adicionadas ao final do livro enquanto ele estava nas provas.

(11) Exatamente quando Mersenne estava por publicar o seu *Harmonie universelle* em 1636, apareceu uma pequena obra, *Geostaticæ, seu de vario pondere gravium secundum varua a terrae (centro) intervalla, Dissertatio mathematica*, de Jean de Beaugrand, na qual este último discutia a questão de se as coisas possuem, ou não, diferentes pesos em proporção às suas distâncias relativas ao centro da terra. O livro apareceu tarde demais para que Mersenne pudesse incluí-lo na sua discussão sobre a questão no livro III. Mesmo antes de ter sido publicado, Mersenne perguntou a Fermat, um protegido de Beaugrand, qual era a sua opinião a esse respeito e incluiu a resposta de Fermat na discussão dessa questão nas últimas seções do *Harmonie universelle*. Sobre esse ponto, ver Michael Sean Mahoney, *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1601-1665* (Princeton: Princeton University Press, 1973, 1994), pgs. 371ff. Para outras discussões sobre Mersenne, Fermat e Descartes em relação a Beaugrand, ver Pierre Costabel, “Les enseignements d’une notion controversée: Le centre de gravité”, em *Actes du Symposium International des sciences physiques et mathématiques dans la première moitié du XVIIe siècle* (Paris: Hermann, 1960), pgs. 116-125; e Pierre Costabel, “Centre de gravité et équivalence dynamique”, em seu *Démarches originales de Descartes savant* (Paris: Vrin, 1982), pgs. 100-107. (Sou grato a Alan Gabbey por essas referências). É provável que Mersenne também tenha perguntado a Descartes, nesse mesmo período, quais eram as suas opiniões sobre o livro de Beaugrand e [que], presumivelmente, tenha pedido comentários acerca de seu próprio tratamento no *Harmonie universelle*. Cf. AT I 390 onde Descartes parece conhecer o livro de Beaugrand em junho de 1637, apesar de não o ter visto e de somente recebê-lo um ano mais tarde. Quando Descartes recebeu mais tarde o livro, talvez em junho de 1638, ele rapidamente respondeu à questão de Mersenne em uma carta de 29 de junho de 1638, refutando rapidamente os pensamentos de Beaugrand. [AT II 182-89.] (Existem razões pessoais por detrás de sua hostilidade com relação a Beaugrand. Sobre as tumultuadas relações entre os dois, ver Mahoney, op. cit., pg. 50 e Gaukroger, *Descartes: An Intellectual Biography* (Oxford: Oxford University Press, 1995), pg. 331.) A resposta que ele deu a Mersenne à sua questão original na carta de 13 de julho de 1638 pode ser devida antes à sua leitura do *Harmonie universelle* de Mersenne. Descartes a viu logo no início do inverno de 1637-38, emprestada por Bannius; cf. AT II 150. O

Após uma longa discussão acerca da natureza da gravidade (que ele aí considera como sendo uma questão empírica), Descartes põe de lado a discussão física sobre as causas da gravidade e volta-se para o tratamento matemático da questão em estilo galileano: “Je passe maintenant aux raisons mathematiques ...”, ele escreve [AT II 226]. Todavia, somente se pode apresentar um tal tratamento *matemático* a partir da *pressuposição* de certos fatos *físicos* sobre o mundo, fatos sobre a natureza da gravidade e como ela opera.¹² E assim Descartes escreve:

Suporemos que cada partícula de um dado corpo pesado sempre possui uma determinada força dada ou tendência para cair, esteja ele próximo ou longe do centro da terra, e não importando como ele está situado. Tal como eu já observei, essa suposição não é talvez verdadeira; mesmo assim, nós temos que a fazer, a fim de facilitar o cálculo. De uma maneira similar, os astrônômos assumem que os movimentos médios das estrelas são regulares [égaux], a fim de tornar mais fácil o cálculo dos movimentos verdadeiros, os quais são irregulares [AT II 227].

É nessa pressuposição sobre o peso que Descartes fundamenta o resto de sua discussão na carta. É isto que ele toma para si como precisando ser demonstrado:

exemplo do vôo dos pássaros, que se encontra tanto em Mersenne, Harmonie universelle, livro III prop. 19(20), pg. 207, quanto em Descartes, AT II 226, sugere que este pode ter lido, ao menos, a discussão mais antiga acerca da questão no Harmonie universelle. Existe também uma discussão contínua sobre essas questões entre Fermat, Mersenne, Pascal *père* e Roberval; ver Mahoney, op. cit., pgs. 376ff. Não é muito claro o quanto Descartes sabia sobre isso.

(12) Segundo Descartes, para que uma demonstração em física possa ser “matemática” é necessário que ela seja feita de acordo com certas pressuposições ideais, que podem ser reconhecidamente falsas, mas que tornam os cálculos mais fáceis. Assim, por exemplo, em uma carta a Mersenne de 28 de outubro de 1640, ele escreve: “... j’ai supposé, en ma Dioptrique, que la superficie & la bale sont parfaitement dures, & que la bale n’a ny pesanteur ny grosseur &c., pour rendre ma demonstration Mathematique.” [AT III 208].

Agora, dado o pressuposto da igualdade de peso absoluto, nós podemos demonstrar que o peso relativo de todos os corpos rígidos ... é, de alguma forma, menor, quando mais próximos estiverem do centro da terra do que quando estiverem mais distantes dela ... [AT II 227].

O tipo de peso relativo aqui em questão, e no restante da carta, não é do tipo discutido por Descartes anteriormente na carta, na qual, o que está em jogo são as causas internas e externas da tendência de um corpo a se mover em direção ao centro da terra. Ao contrário, o que ele vai discutir é a noção de peso tal como aparece na estática. Por exemplo, na estática podemos indagar o quanto de peso é necessário para evitar que um corpo role abaixo em um plano inclinado com uma inclinação particular, ou o quanto de peso é necessário para sustentar um dado corpo por um sistema particular de roldanas. Poder-se-ia dizer que, visto que é necessário um peso menor para sustentar um corpo em um plano inclinado do que em um outro que faça um grande ângulo com relação ao horizonte, então o mesmo corpo possui “um peso relativo” menor em um caso do que em outro.¹³ Esta é a noção de peso relativo que interessa a Descartes no que se segue. A sua reivindicação, então, é a de que, nesse sentido, o peso relativo de um corpo é menor na medida em que o corpo se aproxima do centro da terra.

Começemos considerando a discussão de Descartes sobre o plano inclinado nesta carta [AT II 232ff]. Ele começa por rever aquilo que é normalmente dito sobre o plano inclinado (ver fig. 2). Ele escreve:

Todos aqueles que escrevem sobre mecânica estão de acordo que o peso F , enquanto permanecer sobre o plano AC , está na mesma proporção para o seu peso absoluto, como a linha AB está para a linha AC , de tal forma que, se AC é duas vezes mais comprida que AB , e F

(13) Cf. a distinção que Fermat esboça entre “la pesanteur” e “le poids”; ver Costabel, “Les enseignements...”, pgs. 117f.

pesa 200 libras ao ar livre, ele pesará apenas 100 libras relativamente à potência H, que o arrasta ou que o sustenta no plano AC [AT II 232].

Mas, Descartes observa, esse cálculo está baseado em uma idealização. Se nós tomamos BC e AC como sendo linhas realmente retas, então, Descartes argumenta, precisamos assumir que os corpos pesados tendem para baixo em linhas paralelas, o que, é claro, estritamente falando, é falso. É exatamente o fato de que quando levamos em consideração o fato de que a terra é uma esfera, um plano inclinado realmente reto *não* faz um ângulo constante com relação à verdadeira vertical (a linha que a conecta ao centro da terra) que constitui a base do argumento de Descartes naquilo que se segue (ver fig. 2). Admitamos que o corpo pesado F tende a se mover em direção ao centro da terra M, e que o plano AC é uma linha realmente reta. Descartes escreve:

Baseado na suposição de que a superfície AC é perfeitamente plana, a razão entre o peso relativo F e o seu peso absoluto não será a mesma que a razão entre a linha AB e a linha AC, à exceção de quando estiver exatamente no topo A; já que, quando o peso está um pouco mais abaixo, em D ou C, por exemplo, a razão será um pouco menor [AT II 233].

Por que isto é assim? Em qualquer ponto determinado do plano, a direção em que o corpo cairia, se fosse solto, é a linha que conecta aquele ponto com o centro da terra. Do mesmo modo, a verdadeira horizontal seria aquela que é perpendicular à verdadeira vertical. Ora, no diagrama, quanto mais próximo F está de K, mais próximo de um ângulo reto está o ângulo que ele faz com a verdadeira vertical. Ou seja, quanto mais perto o lugar escolhido se aproximar de K, mais próximos nós estaremos de um plano horizontal. E quanto mais perto é um plano do horizontal, menos peso é necessário para sustentar um corpo sobre ele.

Essa demonstração constitui a base da resposta de Descartes à questão [ver fig. 3]. Consideremos o corpo pesado rígido BCD descendo de H através de F em direção a A, o centro da terra. Visto que o corpo é rígido, a parte do corpo mais

próxima de D é obrigada a se mover ao longo da linha DdG e a parte mais próxima de B ao longo de BbE. Dessa maneira, Descartes sugere, nós podemos pensar B e D como sendo pesos que se movem ao longo dos planos retos inclinados BbE e DdG. Então, de acordo com o raciocínio acima, quanto mais perto estiverem do centro da terra A, menos peso seria necessário para sustentar as partes em equilíbrio. Esse raciocínio pode ser repetido para cada parte próxima do corpo entre B e C e entre D e C. Visto que a única parte do corpo para a qual o raciocínio não funciona é o centro (a linha que vai através do corpo até C), então isso é verdade para todo o corpo. Assim, Descartes, conclui:

Conseqüentemente, o corpo todo pesa menos, quando mais próximo do centro da terra do que quando mais longe dele, o que é o ponto que era para a ser demonstrado [AT II 239].

(Imediatamente após dar essa demonstração, ele fornece uma outra, empregando as suas observações sobre as alavancas, na qual mostra um outro sentido em que um corpo mais próximo da terra pesa *mais* do que quando está mais distante da terra! Ver AT II 242ff.)¹⁴.

(14) Alan Gabbey objetou que essa discussão em Descartes, tal como a *Geostaticae* de Beaugrand, encaixa-se, de fato, na tradição de Guido Ubaldo e Benedetti, uma tradição muito diferente da de Galileu. Em sentido estrito, isso pode ser verdade. Ver especialmente Guido Ubaldo del Monte, *Mechanicorum liber* (Pesaro, 1577), em Stillman Drake e I.E. Drabkin, editores e tradutores, *Mechanics in Sixteenth-Century Italy* (Madison: University of Wisconsin Press, 1969), pgs. 265, 268ff, 271ff. Ver também Giovanni Battista Benedetti, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber* (Turin, 1585), em Drake e Drabkin, *Mechanics*, pg. 170, 176-7. Em uma carta a Huygens, de 8 de setembro de 1637, AT I 396-7, Descartes reconhece que leu Guido Ubaldo, bem como que leu *Les mécaniques de Galilée*, de Mersenne. No entanto, Galileu rejeitou essas considerações em favor de uma posição arquimediana mais ortodoxa, segundo a qual as verticais verdadeiras de corpos diferentes podem ser encaradas como sendo paralelas. Ver Wallace, *Galileo and his Sources*, pgs. 241, 250, 252, 254, 340-1. Mas não é completamente claro que Descartes estivesse a par da posição de Galileu acerca disso. Além disso, freqüentemente Galileu leva em consideração o fato de que os experimentos mecânicos, que ele discute, têm lugar na superfície de uma esfera e que é uma idealização assumir que as

Mersenne ficou muito impressionado. Após receber a longa carta de Descartes, ele perguntou se poderia publicá-la, talvez pensando em incluí-la em uma de suas próprias coleções, exatamente como ele tinha publicado o *Traité de mécanique* de Roberval na *Harmonie universelle*. Em sua *Cogitata physico mathematica* de 1644, Mersenne publicou extratos parafraseados da carta de Descartes, da mesma maneira que outros trechos de sua correspondência com Descartes sobre temas semelhantes.¹⁵

Os escritos de Mersenne continham freqüentemente apresentações do trabalho de outros, portanto, num certo sentido, isso não era tão incomum assim. Mas, ao mesmo tempo, é impressionante comparar as cartas que Descartes escreveu a Mersenne ao final de 1630 e no início de 1640 com o *Cogitata* de Mersenne. Essas cartas são, em certo sentido, esboços dos trabalhos publicados de Mersenne e não é muito exagerado afirmar que Descartes é um colaborador deles, um co-autor silencioso. Dessa maneira, pode-se ver a *Cogitata* de Mersenne como uma das publicações anônimas de Descartes, a física matemática que ele nunca publicou sob o seu próprio nome. Nesse contexto, nós percebemos um Descartes que faz parte do círculo de

verticais verdadeiras são sempre paralelas. Assim, essa observação leva Galileu a afirmar que os corpos em movimento tendem a permanecer em movimento em uma trajetória circular em torno do centro para o qual eles tendem; ver, por exemplo, a versão desse argumento na Primeira Jornada dos *Diálogos* (1632), em *Opere di Galileo Galilei*, ed. A. Favaro (Florença: Barbèra, 1890-1909), vol. 7, pg. 53. Tal como Mahoney observa (*op. cit.*, pgs. 372f), o ponto de vista geostático era freqüentemente assumido em muitos dos escritos de mecânica a partir dos quais Galileu e autores posteriores se inspiraram, a partir de Arquimedes e do pseudo-Aristóteles da *Mechanica* em diante. Nesse sentido, o ponto de vista geostático e as questões a que este leva alguém a considerar alimentam diretamente aquilo que eu chamei de paradigma galileano. Existem muitas razões para pensar que Mersenne e seus colegas entenderam as preocupações de Beaugrand como parte integral de um procedimento galileano mais amplo e largo de física matemática e simplesmente não o distinguiram da tradição galileana.

(15) Cf. T X 582-599, onde Adam e Tannery dão uma versão detalhada da relação entre a correspondência Descartes-Mersenne e os conteúdos da *Cogitata*. A relação entre a carta de 13 de julho de 1638 e a publicação de Mersenne é dada nas páginas 595-96. Observe-se, no entanto, que aquilo está impresso naquelas páginas como “t. III” (ou seja, AT III) deveria ser dado como “t. II” (ou seja, AT II).

físicos matemáticos, que trabalhou na França e na Itália naquele tempo, seguindo o paradigma galileano para combinar matemática e física dos corpos pesados.

Mas, ao mesmo tempo, nós não podemos ignorar o significado do fato de que Descartes não reclamou crédito por esse trabalho. Mersenne, é claro, pediu a Descartes permissão para publicar esses extratos da correspondência entre eles. Descartes lhe deu essa permissão, mas somente no caso de Mersenne não a atribuir diretamente a ele (pourvû que mon nom n'y soit point mis ...) [AT II 271-2; III 613]. Descartes não se envergonhava de seu trabalho, mas, ao mesmo tempo, não o queria associado ao seu nome. Quando Mersenne o publicou, ele foi atribuído apenas a um "clarissimus vir" ou a um "illustis vir". E mesmo estando Descartes contente em discutir epistolarmente esses temas com Mersenne, ele não queria o seu nome ligado publicamente a eles. Mesmo tendo permitido que Mersenne publicasse esse trabalho, Descartes, ele mesmo, não o fez. É bastante curioso que Descartes, que publicou bastante, nunca se tenha considerado pronto para pronunciar-se publicamente sobre o tipo de questões em física-matemática que preenchem a sua correspondência com Mersenne. Por que?

Descartes e a Física Galileana de Corpos Pesados

Para responder a esta última questão, permitam-me retornar ao paradigma galileano de como fazer física matemática. Como argumentei, esse era o paradigma mais influente de como fazer física matemática no início do século XVII; não seria antes do final do século que os físicos descobririam na obra de Isaac Newton um outro paradigma tão poderoso quanto o de Galileu. Básico para o paradigma galileano é a suposição de que os corpos pesados possuem uma tendência natural para cair em direção ao centro da terra e que eles realizam esse movimento de tal forma que iguais acréscimos de velocidade são adicionados em tempos iguais. Uma vez que se tenha esse pressuposto (e alguns outros...), o programa está, então, lançado; com essa pressuposição, nós podemos tratar a queda livre, os planos inclinados e os pêndulos, do modo matematicamente sofisticado que caracteriza o paradigma galileano.

Ora, afirma-se freqüentemente que, para Descartes, a aplicabilidade da matemática à física é uma consequência do fato de que a extensão geométrica é a essência do corpo. No entanto, ironicamente, *é justamente a identificação entre matéria e extensão* que faz com que seja impossível para Descartes aceitar as pressuposições características do paradigma galileano. Visto que eles contêm nada mais do que extensão, os corpos não podem ter tendências inatas; em particular, os corpos, neles e por eles mesmos, não têm a tendência para cair em direção ao centro da terra — ou em direção a qualquer outro lugar específico. Tomados neles mesmos, os corpos tendem a permanecer em movimento enquanto estão se movendo, e a permanecer em repouso quando estão parados, mas não possuem tendência para se mover em nenhuma direção particular. A gravidade, a tendência para cair em direção ao centro da terra, é explicada, segundo Descartes, em termos da interação de um corpo com os vórtices de matéria sutil que giram em torno da terra. Rigorosamente falando, os corpos são empurrados em direção ao centro da terra ao colidirem com as partículas da matéria sutil do vórtice.

E assim, argumenta Descartes, as pressuposições acerca dos corpos pesados, presentes no paradigma galileano, são simplesmente erradas. Enquanto tal, os corpos não tendem a cair em direção ao centro da terra. Pode-se assumir que eles o fazem e que eles mantêm a mesma tendência absoluta para cair, pouco importando quão longe estejam eles do centro da terra. No entanto, essa pressuposição é simplesmente falsa. E porque Descartes pensa que a gravidade é se deve à colisão entre as partículas do assim chamado corpo pesado e as partículas de matéria sutil, as leis galileanas da queda livre são simplesmente falsas. Em 11 de março de 1640, Descartes escreveu a Mersenne:

No primeiro momento da queda do corpo, ele é empurrado pela matéria sutil, a qual lhe dá um grau de velocidade; então, em um segundo momento, ela o empurra um pouco menos e lhe dá novamente quase um grau de velocidade, e assim por diante. Isso resulta em uma velocidade que é praticamente proporcional ao quadrado do tempo de queda no início desta. Mas essa proporção é completamente perdida quando tiverem descido vários pés

[toise — aproximadamente dois metros], e a velocidade não aumenta mais, ou aumenta quase nada. [AT III 37-38; cf. AT I 221-2, 228, 231, 261, 304-4, 392; II 355, 385, 386, 630; III 9, 11, 164-5; IV 687-8, 707-8].

Corpos em queda livre não aceleram continuamente, como é implicado pelas leis galileanas. Eles irão acelerar-se primeiramente quando começarem a cair e, durante um curto período de tempo, a lei de Galileu da queda livre funcionará mas, quando eles atingirem uma certa velocidade, que é função da velocidade das partículas do vórtice, eles acelerarão menos rapidamente e, eventualmente, cairão com velocidade constante.

Descartes fica bastante interessado em trabalhar o paradigma galileano quando Mersenne pede. Mas até que a verdadeira causa da gravidade esteja estabelecida corretamente, esse trabalho não passa de um jogo para ele; não é física verdadeira, é apenas um mero exercício em matemática pura. Se nós *assumimos* que os corpos caem de acordo com a lei de Galileu, nós podemos, então, derivar disso uma trajetória parabólica para o movimento os projéteis:

Se assumimos isso, é, então, muito fácil concluir que o movimento dos projéteis seguirão uma linha parabólica; mas sendo essas pressuposições falsas, a sua conclusão também pode estar bastante distante da verdade [AT II 387].

Similarmente, ao tratar do problema do peso dos corpos na medida em que se aproximam do centro da terra, a partir de uma perspectiva matemática, Descartes precisa fazer pressuposições “a fim de facilitar os cálculos”, mesmo que se saiba que essas pressuposições são falsas [AT II 227]. Contudo, a resposta alcançada ao final é apenas tão boa quanto as pressuposições feitas no início. Uma vez que Descartes não acredita que as pressuposições são muito boas, o resultado final também não é.

Dessa maneira, a recusa de Descartes em publicar os seus exercícios em física matemática sob o seu próprio nome não significa uma rejeição do

empreendimento da física matemática, mas apenas um criticismo substantivo do que eu chamei de paradigma galileano.¹⁶ Koyré caracteriza as diferenças no temperamento de Descartes e Galileu da seguinte forma:

O pensamento, ou se vocês preferirem, a atitude mental de Galileu difere sensivelmente daquela de Descartes. Ela não é meramente matemática; ela é física matemática. Galileu não sugere hipóteses a respeito de como pode ser o movimento acelerado. O que ele procura é o caminho verdadeiro, o caminho usado pela natureza.¹⁷

Penso que Koyré compreendeu esse ponto de uma maneira totalmente errada, ao menos a partir do ponto de vista de Descartes. O que Descartes procura é uma física fundamentada na verdadeira compreensão da natureza, como ela é realmente, e um verdadeiro conhecimento das causas subjacentes aos fenômenos. Segundo o seu ponto de vista, a física matemática galileana do movimento é uma fantasia matemática, baseada em pressuposições arbitrárias, “un roman de la nature”, não menos extravagante por ser expressa em linguagem matemática. O que Descartes queria era uma física-matemática genuína, que fosse tão física quanto matemática: uma ciência matemática do movimento que envolvesse conhecimento das causas reais dos efeitos. É somente quando nós conhecermos as verdadeiras causas da gravidade que teremos uma verdadeira ciência do movimento dos corpos pesados.

Por essa razão, Descartes, o físico galileano da correspondência com Mersenne, preferiu permanecer escondido no anonimato. Uma vez mais, “larvatus prodit”, ele permanece mascarado.

(16) O próprio Mersenne, parece ter sido convencido pela posição de Descartes nos anos que se seguiram à publicação do *Cogitata*. Sobre isso, ver Peter dear, *Mersenne and the Learning of the Schools* (Cornell: Cornell University Press, 1988), pgs. 210-19.

(17) Koyré, *op. cit.*, II-74.

Um Paradigma Cartesiano para a Física Matemática?

Até agora, nos concentramos na reação de Descartes ao paradigma galileano para a física dos corpos pesados e no porque dele não o querer seguir. Uma questão ainda mais profunda permanece. Mesmo tendo Descartes rejeitado a maneira galileana de tornar matemática a física dos corpos pesados, pode alguém indagar, por que Descartes não o substituiu pelo seu próprio programa? Parte da explicação pode ser que a física dos corpos pesados simplesmente não era muito importante para Descartes; certamente não tão importante quanto para Galileu. Isto é certamente verdadeiro, mas, mesmo assim, o comportamento dos corpos nos vórtices de matéria sutil *era* central para Descartes, e o comportamento dos corpos pesados nas proximidades da terra é exatamente um caso especial disso para Descartes. E enquanto os vórtices e o movimento dos corpos nos vórtices são bastante preeminentes nos *Principia*, a sua abordagem é ali, como dissemos anteriormente, inteiramente qualitativa.

Descartes certamente tentou fazer uma abordagem matemática dos corpos pesados e de seus comportamentos nos vórtices. Pode-se ver uma tentativa séria de criar uma física matemática dos corpos pesados nos escritos de Descartes dos primeiros anos, como se encontram preservados nas notas de Beeckman do final de 1618 e em alguns escritos de Descartes provavelmente do mesmo período. Ali Descartes trata, por exemplo, do problema da queda livre que está no centro do paradigma galileano, empregando o mesmo pressuposto de Galileu, qual seja: que os corpos que caem aceleram-se uniformemente. Ele talvez aborde mal a questão, o que o leva a cair em paralogismos. No entanto, o seu tratamento não é pior que o do jovem Galileu. Posteriormente, após ter dado origem à sua concepção da causa da gravidade, ele parece abordar diferentemente o problema da lei matemática que governa a queda livre. No início de 1631, trabalhando no *Le Monde*, ele escreveu a Mersenne: “Eu penso que agora poderia determinar a taxa segundo a qual a velocidade de um corpo que cai aumenta, não apenas no vácuo, mas também no ar real” [AT I 231]. Isto sugere que ele estava tentando elaborar as leis que regulam os corpos que caem tal como eles se comportam, de fato, no mundo, como eles se movem

em direção ao centro da terra devido a colisões com as partículas da matéria sutil. Entre as notas que Leibniz preservou a partir de 1630, existe ao menos um texto que lida exatamente com essa questão [AT XI 629-31].¹⁸

Mas por que nenhum desses pensamentos sobre os corpos pesados aparecem em seus escritos publicados? Por que ele não conseguiu oferecer uma alternativa para o paradigma galileano? Há uma tentação de se ver nisto o resultado de uma profunda falta de visão de Descartes, de uma inabilidade em ver o que Galileu e outros viram: como a matemática pode funcionar em uma teoria física. Paul Tannery, por exemplo, argumenta que o fracasso de Descartes é consequência do fato de que “lhe faltou uma percepção das condições de aplicação da matemática a questões diferentes daquelas [relativas] aos números, às figuras e às magnitudes geométricas, uma percepção que Galileu, ao contrário, possuía em alto grau.”¹⁹ No entanto, isso não pode ser completamente exato. Como eu apontei anteriormente, Descartes, através de Mersenne, foi um ativo participante da física galileana do seu tempo, embora não o tenha feito publicamente sob o seu próprio nome. Esse era um jogo que ele poderia jogar, mas escolheu não fazê-lo. Isso sugere que as razões para o seu fracasso de fazer a sua própria física matemática situam-se em algum outro lugar qualquer.

Talvez, parte das razões deva-se à complexidade dos problemas que ele enfrentou, considerando-se as suas visões acerca da natureza do mundo. Segundo a concepção cartesiana de peso, um corpo pesado é empurrado em

(18) Eu suspeito que isso foi preservado principalmente pelos comentários que Descartes fez aí acerca da maneira segundo a qual a mente poderia movimentar os corpos e não pelos comentários sobre a queda livre; a questão é quantas outras tentativas de lidar com esse problema encontravam-se nos diários de Descartes e que foram simplesmente ignoradas por Leibniz estando agora irremediavelmente perdidas.

(19) Paul Tannery, em AT III 83n; citado por Emily Grosholz, *Cartesian Method and the Problem of Reduction* (Oxford: Oxford University Press, 1991), pg. 99. Ver também Grosholz, *op. cit.*, capítulo 5; Stephen Gaukroger, “Descartes’ Project for a Mathematical Physics”, em Gaukroger, ed., *Descartes: Philosophy, Mathematics, and Physics* (Sussex: Harvester; 1980); Koyré, *op. cit.*, II-45ff.

direção ao centro da terra em virtude da colisão entre o corpo em questão e as partículas individuais no vórtices que estão ao redor da terra. Como um certo número de outros escritores sugeriu, a complexidade dos cálculos, necessários para se compreender a lei matemática que governa um corpo em queda livre, é desconcertante.²⁰

A complexidade é verdadeira o bastante e constitui um sério problema para Descartes. Existe, contudo, um outro problema que Descartes precisa enfrentar: a falta de experimentos apropriados. Na parte VI do *Discurso*, Descartes reclama que, para completar o seu sistema, precisa fazer diversos experimentos que seriam dispendiosos e consumiriam muito tempo. Muitas são as razões que levam a crer que essa falta de experimentos foi um dos obstáculos que Descartes viu para completar uma descrição matemática dos corpos pesados que rivalizasse com a de Galileu. Ele escreveu para Mersenne em 11 de março de 1640:

(20) Para uma explicação semelhante de por que Descartes não publicou uma mecânica, ver Alan Gabbey, "Descartes' Physics and Descartes' Mechanics: Chicken and Egg?", em Stephen Voss (ed.), *Essays in the Philosophy and Science of René Descartes* (Oxford: Oxford University Press, 1993), pgs. 311-323. Um segundo problema para uma física matemática pode parecer decorrer da *Géométrie* de Descartes e a exclusão das curvas transcendentes da própria matemática. Poder-se-ia estar tentado a supor que, limitando-se ele mesmo a curvas algébricas, Descartes nega os instrumentos de que ele precisa para representar o movimento real dos corpos. Cf. Vuillemin, *Mathématiques et métaphysiques chez Descartes* (Paris: PUF, 1960), pg. 97. Eu não estou seguro de que isso poderia ter constituído um problema real para Descartes. Na discussão sobre o problema do peso, Descartes parece ter vontade de falar sobre espirais e sobre suas propriedades em conexão com o movimento. Em geral, em sua correspondência, ele deseja falar sobre as propriedades de certas curvas (a roulette ou a cicloide, por exemplo), que não pertencem à sua geometria. Também em sua correspondência, ele parece estar interessado em usar os métodos infinitesimais do tipo que ele parece evitar em sua *Géométrie*. Existem duas explicações possíveis. A primeira pode ser a seguinte: mesmo estando fora da geometria cartesiana, esses métodos são ainda interessantes e valiosos para Descartes. Ou, alternativamente, na correspondência, nós podemos vê-lo em um processo de transformação da sua mente acerca do domínio da matemática. Mas esse é um outro ensaio para um outro dia.

Eu não posso determinar a velocidade segundo a qual cada corpo pesado desce no início, já que esta é uma questão puramente factual e depende da velocidade da matéria sutil ... [AT III 36]

Como Descartes observa em um outro lugar, em uma carta sua para Mersenne de 13 de julho de 1638, uma questão de fato “que pode ser decisivamente respondida pelos seres humanos somente se eles forem capazes de realizar algum experimento.” [AT II 224] Mas a velocidade da matéria sutil (e, talvez, como essa varie em diferentes distâncias com relação ao centro da terra) afeta, não apenas a velocidade no primeiro momento da queda, mas [também] a velocidade durante todos os momentos da queda do corpo. (De fato, ela afeta todos os aspectos do comportamento dos corpos no vórtice, incluindo-se os planetas e os cometas). Na medida em que a velocidade da matéria sutil é “puramente uma questão factual”, alguma coisa que só pode ser aprendida através da experiência, então a lei da queda livre dos corpos teria que ser, ao menos parcialmente, baseada na experiência. Mas é claro que não nos tipos de experimentos que Galileu usou para estabelecer a sua lei da queda livre dos corpos. Galileu deixou bolas caírem, deixou-as rolar por planos inclinados e observou como elas balançam na ponta de cordas. Mas, para Descartes, isso representa apenas as experiências dos corpos bem no início de suas quedas e, assim, não é representativo de todo o percurso de suas quedas. Em sua concepção de peso, o que Descartes precisa para estabelecer as verdadeiras leis da queda livre empiricamente é a queda dos corpos através de distâncias muito maiores — distâncias suficientes para que as verdadeiras leis se revelem, elas mesmas, aos observadores, visto que os corpos atingem finalmente as suas velocidades máximas em virtude de serem golpeados pelas partículas de matéria sutil no vórtice. Essas observações eram simplesmente impossíveis de serem obtidas por Descartes. Como ele escreveu para Mersenne em sua carta de 13 de julho de 1638, “a partir de experimentos em nossa própria atmosfera, nós não podemos nem mesmo dizer o que acontece muito mais abaixo, em direção ao centro da terra ou muito mais ao alto, [para] além das nuvens...”[AT II 224-5]. O que barra uma física matemática dos corpos pesados que seja genuinamente cartesiana, portanto, não são problemas conceituais, ou

problemas com a sua capacidade enquanto matemático ou com a sua capacidade de aplicar a matemática à física. A dificuldade é, parece, uma dificuldade empírica. A incapacidade de Descartes de fazer os experimentos ou as observações necessários para estabelecer as verdadeiras leis dos corpos que caem.

Apesar do esforço de Descartes em substituí-lo por uma outra concepção de física matemática, o paradigma galileano permanecerá influente na física por praticamente meio século após a morte de Descartes. Ele permanecerá até a obra de Isaac Newton, quem percebeu como usar as observações da lua e dos movimentos planetários para construir uma teoria matemática dos corpos pesados que corrigirá as leis de Galileu, o que Descartes tentou fazer sem sucesso.

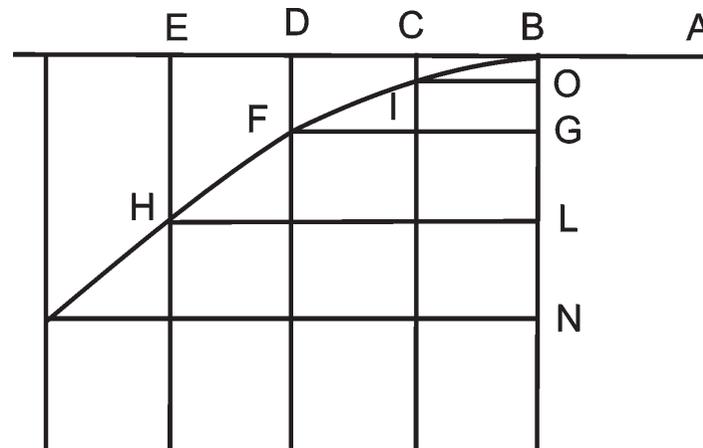


Fig. 1 (Galileu, Discorsi, Opere VIII, p. 272)

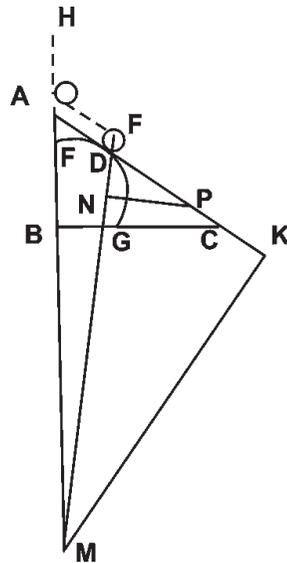


Fig. 2 (AT II 232)

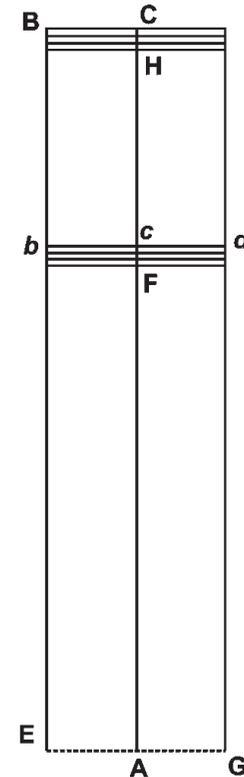


Fig. 3 (AT II 238)

ABSTRACT

The author's purpose in this article is to explore a different Descartes from the one presented by most commentators. In spite of the conventional wisdom, based mostly in Descartes' correspondence with Mersenne, the author presents a Descartes that is able to see, what Galileo and others saw, how mathematics can function in a physical theory.

Tradução de *Antônio Augusto Videira*
Revisão de *Simone Brantes*