NOTAS CRÍTICAS SOBRE O REALISMO MATEMÁTICO, À MODA DE WITTGENSTEIN

Luiz Henrique Lopes dos Santos
USP/CNPQ

É quase um lugar comum caracterizar como anti-realista a posição de Wittgenstein acerca do estatuto da matemática. Já no *Tractatus*, contra Frege e Russell, ele opôs-se frontalmente à tentação referencialista de elucidar, por exemplo, o conteúdo semântico das proposições aritméticas em termos da relação de nomeação que os símbolos aritméticos supostamente manteriam com supostas entidades aritméticas, como números, operações, relações, etc., e em termos da relação de descrição que as proposições aritméticas supostamente manteriam com os supostos fatos aritméticos. Essa oposição aprofundou-se nos textos do início dos anos 30, num movimento de radicalização que, diz-se muitas vezes, teria culminado, nas *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik* e nas *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics*, na modalidade mais extrema e, diriam alguns, mais delirante de anti-realismo: a tese de que os atos de asserção matemática estão desobrigados de conformar-se a qualquer padrão exterior de medida de valor.

ANALYTICA, Rio de Janeiro, vol 12 nº 1, 2008, p. 131-147

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

A questão do realismo em matemática pode ser formulada da seguinte maneira: seria o propósito da atividade simbólica dos matemáticos a representação das propriedades e relações vigentes num domínio de coisas que existem, possuem propriedades e mantêm entre si relações independentemente do fato de serem simbolicamente representadas e do modo como são simbolicamente representadas? À primeira vista, parece inegável que a resposta de Wittgenstein a essa questão é, pura e simplesmente, *não*. No entanto, entender que a recusa da *tese* realista por Wittgenstein equivalha à adoção de uma *tese ontológica* contrária, a *tese* anti-realista, é no mínimo embaraçoso, já que esse entendimento implica que a chamada questão filosófica do realismo seria, para ele, uma verdadeira questão, que deveria merecer uma verdadeira resposta. Afinal, não foi Wittgenstein quem nunca se cansou de repetir que os chamados problemas filosóficos não devem ser resolvidos, mas dissolvidos?

Assim, creio que cabe indagar, antes de mais nada, se, e em que medida, as críticas de Wittgenstein ao realismo matemático o comprometem com alguma forma de anti-realismo matemático, isto é, com alguma doutrina filosófica positiva que seja mais do que a mera descrição das condições de uso significativo das expressões que compõem o discurso matemático. Pretendo aqui alinhavar algumas razões que fundamentam, creio eu, uma resposta negativa a essa indagação, particularmente no que concerne à aritmética – na extensão mais ampla do termo, que inclui o cálculo funcional.

No entanto, não pretendo fazê-lo numa veia historiográfica. Embora esteja convencido de que Wittgenstein não sustentou nenhuma tese filosófica, no sentido forte, sobre o estatuto ontológico da matemática, meu propósito aqui não é mostrá-lo. Importa-me mostrar que a crítica à tese do realismo matemático, conduzida, por assim dizer, à moda de Wittgenstein, não conduz forçosamente à aceitação da tese do anti-realismo. Ela conduz antes ao reconhecimento de que ambas as teses são contra-sensos, frutos do mau entendimento das condições de significatividade de nossas práticas simbólicas regulares, tal como as encontro elucidadas nos textos do segundo Wittgenstein sobre a noção de regra. Em outras palavras, importa-me mostrar que, de um ponto de vista que acredito ser

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

wittgensteiniano, a questão do realismo matemático é uma falsa questão. Se faço referência a Wittgenstein, é simplesmente para dar-lhe os créditos que julgo lhe serem devidos.

O que torna verdadeiras as proposições aritméticas verdadeiras, distinguindo-as das proposições aritméticas falsas? O que torna legítima a asserção de certas proposições aritméticas, e não outras, justificando assim sua inclusão no corpo das verdades matemáticas? Segundo a modalidade mais extrema de realismo, a resposta a essas questões não distingue essencialmente a aplicação dos conceitos de verdade e justificação às proposições matemáticas e a aplicação desses mesmos conceitos às proposições empíricas.

A proposição "Há várias pessoas nesta sala" é feita verdadeira pelo fato de haver várias pessoas nesta sala, fato cuja realidade é independente do fato de ser simbolicamente representado e do modo como é simbolicamente representado. Do mesmo modo, a proposição "2+2=4" seria verdadeira em virtude de representar um fato aritmético, cuja realidade seria independente do fato de ser simbolicamente representado e do modo como é simbolicamente representado - fato aritmético que concerniria a entidades dotadas de tanta autonomia ontológica relativamente à atividade humana de sua representação simbólica quanto pessoas ou salas. Nos dois casos, a verdade da proposição consistiria em sua correspondência com algo não apenas exterior a ela, mas logicamente anterior à atividade de representação de que essa proposição seria o veículo sensível.

Se tem alguma relevância filosófica a tese de que a verdade de uma proposição consiste em sua correspondência com um fato real, isto é, se ela implica mais do que o mero reconhecimento de que as locuções "é verdade que" e "é um fato que", na grande maioria dos seus contextos ordinários de uso, são intercambiáveis, ela deve ser tomada como a admissão de que a relação entre verdade e fato combina a relação simétrica de equivalência com a relação assimétrica de determinação. Cumpre reconhecer não apenas que uma proposição *p* é verdadeira se e somente se é um fato que *p*, ou seja, reconhecer a equivalência entre "é verdade que *p*" e "é um fato que *p*", mas também reconhecer que *p* é verdadeira *porque* é um fato que *p*, e não vice-versa. Como observa Aristóteles, não é porque é verdadeiro dizer que

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

Sócrates é branco que Sócrates é branco, mas é porque Sócrates é branco que é verdadeiro dizer que "Sócrates é branco".

O recurso a essa assimetria para elucidar a aplicação do conceito de verdade às proposições empíricas pode ser reputado como filosoficamente inofensivo, e até mesmo esclarecedor, desde que não se confira ao termo "fato" um peso ontológico excessivo. A definição da verdade de uma proposição em termos de sua correspondência com um fato pode ser aceita simplesmente como uma maneira de sublinhar que o processo de justificação de uma asserção dessa proposição envolve, em última instância e decisivamente, critérios cuja aplicação requer mais que o exercício da capacidade de compreender a linguagem em que ela se formula.

Chamamos certas proposições empíricas de verdadeiras, chamamos outras de falsas, e assim distinguimos as que podem e as que não podem ser legitimamente asseridas. Toda proposição empírica, considerada tão somente à luz das regras do simbolismo a que pertence, pode ser verdadeira e pode ser falsa. As regras do simbolismo bastam para que a ela se associe um sentido, mas não um valor de verdade. Quem entende a proposição identifica condições que devem ser satisfeitas para que a proposição seja legitimamente asserida, condições que apenas a experiência pode revelar serem ou não satisfeitas. Dada uma proposição empírica, as regras do simbolismo a que pertence limitam-se a associar-lhe critérios de legitimidade de suas asserções. O que *determina* sua verdade ou falsidade, a legitimidade ou não de suas asserções, é algo exterior ao simbolismo, algo que apenas se dá a conhecer no momento da *aplicação* desses critérios no curso da experiência do mundo.

Nessa medida, se concordamos em utilizar a palavra "fato" numa atitude de descompromisso ontológico, pode ser esclarecedor dizer que uma proposição empírica é verdadeira ou falsa porque o fato que ela diz que ocorre no mundo realmente ocorre no mundo, ao invés de não ocorrer, ou realmente não ocorre, ao invés de ocorrer. Ao dizê-lo, apenas sublinhamos que uma proposição empírica se estabelece como verdadeira ou falsa quando *a experiência revela* que acontece realmente no mundo, *ao invés de não acontecer*, ou não acontece, *ao invés de acontecer*, aquilo que ela diz que acontece ou não acontece – *o que a mera consideração das regras do simbolismo não permite estabelecer.*

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

Como as coisas se passam no domínio das proposições aritméticas? É certo que há, entre elas e as proposições empíricas, uma *analogia* que nos leva a aplicar, também nesse domínio, o conceito de verdade. As asserções de "2+2=4" são aritmeticamente legítimas, as asserções de "2+2=5" são aritmeticamente ilegítimas. Assim como algumas proposições empíricas, as que chamamos verdadeiras, podem ser legitimamente asseridas, ao contrário de outras, algumas proposições aritméticas podem ser legitimamente asseridas e outras, não. Assim como podemos lançar mão das proposições empíricas verdadeiras, e não das proposições empíricas falsas, para legitimar inferencialmente a asserção de outras proposições empíricas, também podemos lançar mão das proposições aritméticas que podem ser legitimamente asseridas, e não das que não o podem, para legitimar inferencialmente a asserção de outras proposições, matemáticas e empíricas. Parece, portanto, natural e tentador chamar de verdadeiras as proposições aritméticas que podem ser legitimamente asseridas. Se pergunto, então, por que certas proposições aritméticas, e não outras, são verdadeiras, parece também natural e tentador levar adiante a analogia com as proposições empíricas e responder: porque elas, ao contrário das outras, correspondem a fatos.

De um ponto de vista wittgensteiniano, como avaliar essa manobra conceitual que subjaz ao realismo matemático? Desse ponto de vista, o que importa é saber se a definição realista de verdade matemática é adequada ao conceito de verdade matemática *tal como ele intervém na prática efetiva dos matemáticos e no uso efetivo que fazemos das proposições matemáticas em nosso discurso sobre o mundo.* Em última instância, o que importa é saber se essa definição é adequada às condições gramaticais de uso do termo "verdadeiro" no discurso dos matemáticos.

Tratando-se de proposições empíricas, a caracterização da verdade como correspondência com os fatos esclarece um aspecto normativo importante do uso que fazemos delas. Ocorre, porém, que esse aspecto é precisamente um dos que distinguem o uso que fazemos das proposições empíricas do uso que fazem das proposições aritméticas os praticantes da matemática pura. No caso das proposições empíricas, os critérios de legitimidade das asserções mantêm uma relação externa com os resultados das suas aplicações – externa porque mediada pelos dados contingentes da experiência do

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

mundo. Ora, isso não acontece no caso das proposições aritméticas, em que a relação é interna: a definição dos critérios de asserção legítima das proposições aritméticas já contém os resultados de todas as aplicações possíveis desses critérios.

Na aritmética dos números naturais, por exemplo, as definições recursivas da relação de sucessão e da operação de adição já contêm tudo de que se necessita para a fundamentação da legitimidade da asserção de "2+2=4" e da ilegitimidade da asserção de "2+2=5". De modo geral, nas chamadas teorias aritméticas, uma vez dadas as regras de composição e derivação de símbolos a partir de símbolos que definem o simbolismo da teoria, já se dispõe de tudo aquilo de que se necessita para a justificação das asserções que podem ser legitimamente feitas nessa linguagem. E essas próprias regras, por sua vez, não respondem, no âmbito da matemática pura, a nenhum requisito de adequação a padrões exteriores de legitimidade.

Se isso é verdade, ainda que não seja posto em questão, apenas para argumentar, que haja um domínio de objetos e fatos matemáticos independentes, a existência e composição desse domínio seriam inteiramente irrelevantes no contexto da atividade efetiva de justificação das verdades matemáticas – atividade que se mede normativamente apenas pelo padrão da fidelidade que o matemático deve exibir com respeito às regras pelas quais define, dessa ou daquela maneira, seus sistemas simbólicos.

Há um sentido, portanto, em que cabe dizer que, do ponto de vista da prática efetiva dos matemáticos, as chamadas teorias matemáticas são sistemas de cálculo simbólico autônomos e arbitrariamente definidos. Neles, a atividade de justificação da legitimidade das asserções só deve fidelidade às regras de manipulação simbólica que os *definem* – regras para as quais, no âmbito da matemática, não se levanta a questão da justificação. Ora, essa idéia de que a matemática é um sistema autônomo de cálculo simbólico, um sistema definido por regras arbitrariamente estipuladas, parece conflitar com a possibilidade de aplicação da matemática no curso da justificação de nosso conhecimento do mundo. Essa é a crítica que faz, por exemplo, Frege, nas *Grundgesetze der Arithmetik,* à tese formalista de que a atividade do matemático puro nada mais é que uma atividade de manipulação, segundo regras arbitrárias, de símbolos sem referência exterior.

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

Digo que há exatamente duas moedas em minha mão direita e há exatamente duas moedas em minha mão esquerda; já que 2+2=4, concluo que há exatamente quatro moedas em minhas mãos direita e esquerda. Represento fatos empíricos por meio de proposições onde ocorrem símbolos numéricos e emprego uma verdade aritmética como premissa na inferência de uma proposição empírica a partir de proposições empíricas. Ora, pergunta Frege, como símbolos vazios, sem referência exterior, manipulados segundo regras arbitrárias, poderiam contribuir para a representação de fatos do mundo? Com que direito equações que se legitimam em nome de regras arbitrárias de cálculo poderiam ser utilizadas para a justificação da verdade de proposições fatuais?[1]

Já no *Tractatus*, nos aforismos dedicados à aritmética, Wittgenstein caracteriza-a como um método de cálculo lógico com símbolos sem referência exterior e pretende que seja possível, sem pressupor que tais símbolos sejam nomes do que quer que seja e as proposições aritméticas sejam descrições de fatos de qualquer natureza, dar conta de seu uso significativo em proposições e inferências empíricas.[2] O segundo Wittgenstein abandona a concepção particular da aritmética que apresentara no *Tractatus*, mas não a concepção geral da aritmética como nada mais que um cálculo definido por regras de manipulação simbólica e, mesmo assim, suscetível de aplicação na descrição dos fatos empíricos. Mas, e a objeção de Frege?

A objeção consiste em desqualificar como absurda, de modo geral, a idéia de que asserções de combinações de símbolos sem referência exterior, cuja legitimidade dependa apenas de sua conformidade a regras arbitrariamente instituídas, possam vir a ser legitimamente utilizadas para o estabelecimento da verdade de proposições sobre o mundo. Formulada nesse grau de generalidade, porém, a objeção não se sustenta. Consideremos, a título de exemplo rudimentar, a porção mais elementar da aritmética dos números naturais: o conjunto das igualdades singulares verdadeiras, do tipo de "4+2=2.3".

---

(1) cf. Frege, G., *Grundgesetze der Arithmetik*, II. Band, Olms, Hildesheim, 1962, §§ 86 – 136.

(2) cf. Wittgenstein, L., *Tractatus Logico-Philosophicus*, aforismos 6.2 – 6.421.

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

Essa porção da aritmética deixa-se facilmente caracterizar como um cálculo autônomo, fundado nas definições recursivas dos numerais, termos numéricos e operações, como a adição e a multiplicação, entendidas como regras de redução de termos numéricos a termos numéricos. Dessas definições, podem ser derivadas, por meio de procedimentos puramente formais, todas as proposições do sistema que podem ser legitimamente asseridas. A consideração desse exemplo permite atestar, ao menos em princípio, a viabilidade do que a objeção de Frege pretende excluir por princípio: a aplicação legítima de um cálculo puramente formal na justificação de proposições sobre o mundo.

Num primeiro momento, definimos contextualmente (isto é, sem lhes atribuir qualquer referência exterior) os numerais e termos numéricos, quando usados como partes de proposições empíricas.

(1) Há 0 coisas x tais que $Px =_{df}$ não há coisas x tais que Px.

(2) Há (o sucessor de n) coisas x tais que $Px =_{df}$ há uma coisa y tal que Py e tal que há n coisas x tais que (Px e $x \neq y$).

(3) Há t coisas x tais que $Px =_{df}$ há n coisas x tais que Px, sendo t um termo numérico e n o numeral tal que $t = n$.

Os numerais e termos numéricos são assim introduzidos, nesse contexto de uso, como modificadores (ou, na terminologia utilizada por Wittgenstein no *Tractatus*, como expoentes) do quantificador existencial, de modo que toda proposição que os contenha pode ser reduzida, por obra dessa definição contextual recursiva, a uma proposição equivalente que não os contém.

O movimento seguinte consiste em associar logicamente, com base nas regras que definem o sistema de cálculo e nas definições contextuais dos expoentes numéricos do quantificador existencial, relações aritméticas entre termos numéricos a relações lógicas entre proposições que os contenham como expoentes. Por exemplo, pode-se estabelecer logicamente que, para quaisquer termos numéricos t e s, a proposição

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

(4) Há ($t + s$) coisas x tais que Px ou Qx

é logicamente dedutível de

(5) Há t coisas x tais que Px
(6) Há s coisas x tais que Qx
e
(7) Há 0 coisas x tais que Px e Qx.

De maneira um pouco mais trabalhosa, mas conceitualmente trivial, pode-se estabelecer que, se o predicado "*Rxy*" é funcional, a proposição

(8) Há (t . s) coisas x tais que, para alguma coisa y, Rxy

se deduz de

(9) Há t coisas y tais que, para alguma coisa x, Rxy
e
(10) Para qualquer coisa y, há s coisas x tais que Rxy

Isso estabelecido, podemos recorrer à equação "2+2=4" para inferir que há exatamente quatro moedas em minhas mãos direita e esquerda a partir do fato de que há exatamente duas moedas em minha mão esquerda e exatamente duas em minha mão direita (substituindo, em (4)-(7) acima, Px e Qx por, respectivamente, "x é uma moeda que está em minha mão direita" e "x é uma moeda que está em minha mão esquerda"). E podemos recorrer à equação "3.4 = 12" para inferir que há exatamente doze moedas em meus bolsos a partir do fato de que tenho exata-

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

mente quatro bolsos e há exatamente três moedas em cada um (substituindo, em (8)-(10) acima, *Rxy* por “x é uma moeda que está em algum de meus bolsos e y é o bolso em que x está”). Portanto, ao menos em princípio, não deve causar surpresa que se possa recorrer a proposições de um cálculo sem referência exterior no curso de inferências de proposições empíricas a partir de proposições empíricas.

Em princípio, diria Wittgenstein, qualquer sistema de cálculo poderia se prestar, de maneira mais ou menos conveniente, a essa espécie de aplicação, desde que sejamos suficientemente engenhosos no estabelecimento de correspondências entre, por um lado, relações simbólicas definidas no sistema e, por outro, relações inferenciais entre proposições empíricas que contenham símbolos do sistema, contextualmente definidos. Assim, para um cálculo, não se levantaria a questão *teórica* da correspondência com uma realidade exterior, mas tão somente a questão *pragmática* de sua maior ou menor conveniência enquanto instrumento para a condução de inferências. A matemática seria uma constelação de cálculos auto-suficientes, eventualmente aptos, em maior ou menor grau, a servir à definição de métodos de inferência de proposições fatuais a partir de proposições fatuais . De modo geral, o que os matemáticos *fazem* é definir sistemas de cálculo, derivar proposições segundo as regras do sistema, estabelecer relações de correspondência entre relações simbólicas no sistema e relações inferenciais entre proposições fatuais para, assim, aplicar o cálculo como método de condução de inferências de proposições fatuais.

É claro que o exemplo rudimentar sumariamente esboçado acima não alicerça essa concepção da matemática em toda sua generalidade. No entanto, se não basta para fundar a crença de que a atribuição, às chamadas teorias matemáticas, do estatuto de meros cálculos, intrinsecamente indiscerníveis dos jogos de tabuleiro, seja compatível com o reconhecimento de que elas podem ser legitimamente utilizadas no trabalho de justificação do conhecimento do mundo, o exemplo basta para mostrar que essa crença não pode ser descartada com a facilidade com que Frege pretendeu descartá-la.

Por outro lado, se essa concepção é correta, então a postulação (comumente chamada de platonista) de um domínio de objetos e fatos matemáticos inde-

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

pendentes da atividade de sua representação simbólica não desempenha papel explicativo algum, seja no que concerne à discriminação das chamadas verdades matemáticas, tal como ela se faz na prática discursiva dos matemáticos, seja no que concerne à legitimidade das aplicações da matemática na justificação de nosso conhecimento do mundo. Quem insistisse em afirmar a realidade independente de um tal domínio de objetos e fatos haveria de admitir que, na prática efetiva dos matemáticos, tudo se passa como se ele não existisse.

Para todos os efeitos matemáticos, a possibilidade de derivação de uma proposição matemática no interior do sistema de cálculo a que pertence, mais do que um *critério de reconhecimento* de sua verdade, é a própria *definição* do que é, para ela, ser verdadeira. Vale para a matemática o que Wittgenstein dizia da lógica no *Tractatus*: ela cuida de si própria. Se nos atemos à consideração das condições de uso correto do termo "verdadeiro" no discurso dos matemáticos, a questão de saber o que torna verdadeira uma proposição matemática só admite uma resposta: a possibilidade de ser ela derivada a partir das regras do sistema de cálculo a que pertence.

Cabe, então, ao realista extremado esclarecer o que se há de entender pela expressão "tornar verdadeira", quando afirma que fatos matemáticos independentes tornam verdadeiras as proposições matemáticas. Enquanto não o fizer, sua afirmação, mais do que falsa, será vazia, simplesmente carecerá de sentido. E para contrapor-se a ela, não é preciso recorrer a nenhuma tese ontológica que fosse simetricamente oposta ao realismo, não é preciso recorrer a nada mais que a descrição das condições gramaticais de uso da expressão no discurso matemático, tal como efetivamente exercitado pelos matemáticos.

A autonomia dos sistemas matemáticos, porém, aparentemente não é incompatível com uma modalidade mais modesta de realismo, que poderíamos chamar de *realismo mitigado*. Segundo essa modalidade de realismo, ainda que inventado pelos matemáticos, um sistema de cálculo, uma vez inventado, adquiriria, em relação aos atos particulares de derivação simbólica, um grau de autonomia suficiente para que cada um desses atos se caracterizasse como o *reconhecimento* de um fato independente dele: o fato de ser a seqüência simbólica que se pretende ter deriva-

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

do realmente derivável no interior do sistema. Esse fato independeria de cada ato particular de derivação, por ter estado desde sempre contido no conceito do sistema, tal como definido por suas regras de composição e derivação de símbolos. O conjunto das possibilidades de derivação de seqüências simbólicas no interior do sistema, delimitado de uma vez por todas no momento da definição do sistema, constituiria um domínio de fatos onde cada ato particular de asserção de uma proposição do sistema encontraria a medida exterior de sua legitimidade.

A plausibilidade dessa modalidade mitigada de realismo parece decorrer do próprio conceito de regra, por meio do qual se define o conceito de cálculo. Parece plausível que definir uma regra seja definir o que deve resultar de sua aplicação em cada situação particular em que seus parâmetros sejam preenchidos. Assim, o resultado correto de cada aplicação *futura* da regra já deve estar, de uma vez por todas, contido na definição da regra, pré-determinado no momento em que se define a regra – pois, caso contrário a regra não teria sido ainda completamente definida. Dessa aparente trivialidade, o realismo mitigado conclui que os atos particulares de aplicação de uma regra não contribuem *em nada* para a qualificação do resultado dessa aplicação como correto ou incorreto - e apresenta essa conclusão como também trivial. Do fato de haver uma *relação interna* entre uma regra e seus casos de aplicação correta e incorreta, parece decorrer trivialmente que cada ato de aplicação da regra possa ser medido segundo padrões inteiramente independentes dele, padrões em cuja constituição ele não desempenha nenhum papel.

No entanto, a análise que faz Wittgenstein do conceito de regra leva à recusa dessa conclusão. Por aceitarem a correção formal do argumento do realismo mitigado, e para evitar a atribuição a Wittgenstein de qualquer modalidade de realismo, mesmo mitigado, vários comentadores fazem-no recusar a premissa do argumento. Tudo se passa como se, para Wittgenstein, uma regra e seus casos de aplicação correta mantivessem uma relação externa, que se instituiria no tempo, pela mediação de decisões arbitrárias, em que consistiriam os atos particulares de aplicação da regra. Para afastar uma conseqüência incômoda dessa concepção, expressamente recusada por Wittgenstein, a de que seria correta, por definição, a aplicação de uma regra que se reconhece como correta, introduz-se então o con-

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

senso entre os aplicadores da regra como o padrão objetivo que garantiria a possibilidade de distinguir as aplicações corretas e incorretas da regra.

Um tal contorcionismo interpretativo parece-me resultar de uma confusão, que obscurece a importância da análise wittgensteiniana do conceito de regra. Julgo que se deve manter a ferro e fogo que essa análise em nenhum momento arranha a idéia de que a relação entre uma regra e seus casos de aplicação correta é interna e, portanto, atemporal. Uma regra é uma entidade atemporal: essa não pretende ser a constatação de um fato, mas o resultado da elucidação de um conceito, o próprio conceito de regra. É simplesmente absurdo dizer que, supondo-se definida uma regra, uma vez preenchidos os parâmetros da regra, ainda assim dependa de algum outro fator ser correto ou incorreto o resultado de uma aplicação dessa regra.

> "A razão pela qual a seguinte proposição, 'Se você seguir a regra, é nisso que você chegará', não é uma predição é que essa proposição diz simplesmente: o resultado desse cálculo é este. E esta é uma proposição matemática verdadeira ou falsa. A alusão ao futuro e a você é um mero ornamento."[3]

> "Se o cálculo foi feito corretamente, então o resultado deve ser este. Pergunta: este deve ser sempre o resultado? Resposta: é claro."[4]

O ponto de partida da análise wittgensteiniana do conceito de regra é uma constatação trivial: entre a formulação simbólica de uma regra e seus casos de aplicação correta, a relação é externa, já que é mediada, ao menos, pelas convenções semânticas que conferem significação aos símbolos que compõem a formulação. Na aplicação da regra, a formulação da regra serve de objeto de comparação, e

(3) Wittgenstein, L., *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, Suhrkamp, Frankfurt, 1984, VI, seção15.

(4) Id., IV, seção 35.

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

todo objeto de comparação pode, em princípio, ser aplicado de diferentes maneiras, segundo diferentes métodos de aplicação. Entender a regra que se pretende formular como uma formulação de regra numa determinada situação é saber como se pretende que a formulação se aplique em cada caso particular, e isso é o mesmo que saber como aplicar corretamente a regra em cada caso particular.

Ocorre, no entanto, que o objeto desse saber não se evidencia em nenhum conjunto finito de aplicações corretas da formulação da regra, já que regras diferentes podem compartilhar subconjuntos finitos de seus diferentes conjuntos totais de aplicações corretas. A identidade de uma regra define-se pelo conjunto total de suas aplicações corretas – reais ou possíveis, passadas, presentes ou futuras; esse conjunto, porém, é subdeterminado pelo conjunto finito das aplicações corretas presentes e passadas da regra. Cabe, então, perguntar: como sei que, ao aplicar uma formulação de regra, sigo a mesma regra que outra pessoa segue, ao aplicar a mesma formulação, ainda que nossas aplicações dessa formulação tenham, até hoje, coincidido completamente? E, mais ainda, cabe também perguntar: como sei que sigo hoje, ao aplicar uma tal formulação, a mesma regra que segui até ontem, quando apliquei a mesma formulação, supondo-se que aceito hoje, como aplicações corretas dessa formulação, todas as que aconteceram até ontem?

Parece que essas perguntas levantam uma dificuldade que apenas se poderia solucionar com a admissão de que a regra consiste em *algo* que acompanha a formulação da regra, na qualidade de seu significado, independentemente de suas aplicações, algo que transcende o conjunto finito de suas aplicações presentes e passadas e, de alguma maneira, "contém" a totalidade de suas possíveis aplicações corretas: um universal, concebido seja como uma idealidade objetiva, na tradição dita platonista, seja como uma representação mental, na tradição psicologista. Dado que Wittgenstein expressamente recusa essa manobra, somos tentados a vê-lo obrigado a aderir a uma solução cética: dissolver a identidade propriamente dita da regra na multiplicidade possivelmente divergente das aplicações arbitrárias de sua formulação para, posteriormente, atribuir-lhe uma modalidade precária de identidade, por meio do recurso a consensos também arbitrariamente instituídos.

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

Entendo, pelo contrário, que o desafio que enfrenta a análise wittgensteiniana do conceito de regra é precisamente o de recusar a hipóstase da regra como universal sem, com isso, comprometer sua identidade atemporal. Já no *Caderno Azul*, Wittgenstein mostra que essa hipóstase é um expediente explicativo ilusório. Assim como, desvinculada de uma técnica de aplicação, uma formulação de regra não define o conjunto de suas possíveis aplicações corretas, também um suposto significado da formulação, a regra como universal, teria que ser aplicado em cada caso particular. Sua aptidão para definir o conjunto de suas possíveis aplicações corretas também dependeria do domínio de uma técnica de aplicação, enquanto capacidade para generalizar a partir de aplicações passadas, de modo que sua mera apreensão não bastaria para dar conta de nossa capacidade para aplicar a regra corretamente. Platonismo e mentalismo nutrem-se de um mesmo postulado mágico: ambos postulam a existência de um objeto de comparação que conteria, de alguma maneira, o método de sua própria aplicação.

Para Wittgenstein, o que constitui a identidade de uma regra não é um *algo* que acompanha a formulação da regra, mas é um *modo de aplicação* dessa formulação que se constitui, em última instância, na reiteração dos próprios atos particulares de sua aplicação. Esse modo de aplicação pode ser aprendido, indiretamente, mediante uma interpretação da formulação da regra, que nada mais faz que substituir essa formulação por outra, que se pressupõe compreensível. Em última instância, porém, a apreensão da identidade de uma regra pressupõe que ao menos a identidade de certas regras seja diretamente conhecida. Esse conhecimento não é a apreensão direta de um universal, enquanto encarnação singular da universalidade da regra, mas consiste na conjunção do conhecimento dos casos passados de aplicação correta da formulação da regra com um *saber agir*, o domínio prático de técnicas elementares de generalização, que confere conteúdo originário à instrução: "Aplique a regra agora *do mesmo modo* como ela se aplicou no passado".

Não é, pois, a identidade da regra que define, em última instância, a técnica de sua aplicação correta, mas é, pelo contrário, essa técnica, tal como exercitada nos sucessivos atos de aplicação da formulação da regra, que constitui a identidade da regra. Aplicar uma regra é, direta ou indiretamente, exercitar técnicas ele-

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

mentares de generalização, maneiras de reconhecer praticamente, como relevantes para a generalização, semelhanças entre os casos passados, presentes e futuros de aplicação da regra. Uma técnica elementar de generalização não é algo que, antes da realização dos atos de generalização, já conteria seus resultados, o que faria dela um universal, mas é a própria maneira como, no curso do tempo, efetivamente generalizamos, ao praticarmos nossos sucessivos atos de aplicação de regras. Ela define-se, portanto, na sucessão das generalizações elementares que sustentam, direta ou indiretamente, esses atos – generalizações de que, por serem elementares, não cabe pedir justificação.

É apenas relativamente a essas técnicas elementares de generalização que as formulações de regras adquirem a capacidade de funcionar como objetos de comparação, é apenas relativamente a elas que as regras passam a manter relações internas e atemporais com o conjunto de todas as suas aplicações corretas. O que essas técnicas definem, em última instância, é o próprio conceito de "fazer sucessivamente a mesma coisa", de modo que, ao exercitá-las em diferentes momentos, não faz sentido perguntar se estamos ou não fazendo sucessivamente a mesma coisa. Elas consistem, por definição, nas maneiras como, no nível elementar de aplicação de regras, efetivamente generalizamos, ao realizarmos a sucessão de atos de generalização que efetivamente realizamos. Nessa medida, sua identidade não é anterior a esses atos, mas é constituída pela sucessão deles; nessa medida, sua identidade constitui-se no tempo. E, nessa mesma medida, a identidade de toda regra constitui-se no tempo, já que se enraiza, direta ou indiretamente, por meio de interpretações, no terreno das generalizações elementares.

O que a análise wittgensteiniana do conceito de regra mostra é aparentemente paradoxal: a regra é atemporal, pois tem uma relação interna com seus casos de aplicação correta, mas sua identidade constitui-se no tempo, pela reiteração dos atos de sua aplicação. Esse paradoxo aparente é, na verdade, a chave para a solução do problema do realismo mitigado em matemática.

Na exata medida em que descreve condições de uso significativo do termo "regra" e expressões aparentadas, como "seguir a regra", o realismo mitigado está correto: dada uma regra, está atemporalmente determinado o conjunto de suas

ANALYTICA
volume 12
número 1
2008

aplicações corretas, passadas, presentes e futuras, reais ou meramente possíveis. No entanto, na medida em que pretende ir além dessa descrição e faz da regra um universal ideal, objetivo ou psicológico, não passa de um contra-senso. Analogamente, na exata medida em que descreve condições de uso significativo do termo "regra" e expressões aparentadas, seu antípoda, o consensualismo, está correto: a identidade das regras constitui-se temporalmente, nos sucessivos atos de generalização que possibilitam sua aplicação. No entanto, o consensualismo, na medida em que pretende ir além dessa descrição e afirma que a relação entre a regra e suas aplicações corretas é externa, porque supostamente mediada pelo consenso dos aplicadores, não passa de um contra-senso. De um ponto de vista wittgensteiniano, a questão do realismo matemático deve ser tratada à moda de Wittgenstein: deve ser resolvida por dissolução.

RESUMO

Neste artigo, mostro que as objeções de Wittgenstein ao realismo matemático não conduzem necessariamente à adoção de nenhuma doutrina ontológica positiva sobre a natureza da matemática, nenhuma tese que vá além da mera descrição de condições de significação da atividade simbólica em matemática. Por meio de uma análise da noção de regra, mostro que, de um ponto de vista wittgensteiniano, o problema do realismo matemático deve ser dissolvido, mais do que resolvido.

Palavras-Chave: Wittgenstein, Filosofia da Matemática, Realismo, Regra.

ABSTRACT

In this paper, we show that Wittgenstein's objections to mathematical realism must not lead one to embrace any kind of positive doctrine on the nature of mathematics, which goes beyond mere description of conditions of meaning of mathematical symbolic activity. By means of an analysis of the notion of rule, we show that, from a Wittgensteinian point of view, the philosophical problem of mathematical realism is to be dissolved, rather than solved.

Keywords: Wittgenstein, Philosophy of Mathematics, Realism, Rule.

Recebido em 05/2008
Aprovado em 06/2008