



Reducción de ruido en imágenes de SPECT utilizando métodos de variación total

Sergio E. Ybargollin- Machado¹, Marlen Pérez-Díaz^{*2}, Rubén Orozco-Morales², Reinaldo Roque-Díaz³

¹Departamento de Telecomunicaciones y Electrónica, Facultad de Ing. Eléctrica, Universidad Central Marta Abreu de las Villas, Santa Clara, Cuba; ²Departamento de Control Automático, Facultad de Ing. Eléctrica, Universidad Central Marta Abreu de las Villas, Santa Clara, Cuba; ³Departamento de Medicina Nuclear, Hospital Universitario Celestino Hernández, Santa Clara, Cuba.

Resume: La reducción del ruido en imágenes de Tomografía Computarizada por Emisión de Fotón Único (SPECT) sigue siendo un campo de investigación en la actualidad. El ruido produce una degradación en la calidad de las imágenes, lo cual puede afectar la precisión de los diagnósticos médicos. En esta investigación se comparan 11 métodos modernos basados en variación total, para la reducción del ruido en imágenes de SPECT. Se utilizan un corte tomográfico del maniquí de Jaszczak, el cual es procesado por todos los métodos. Para evaluar la calidad de las imágenes procesadas, se emplearon métricas objetivas de calidad de imagen. Se realiza un análisis estadístico no paramétrico de los resultados, y se obtuvo que, si se requiere mantener un alto contraste imagen, se sugiere emplear los métodos FISTA o DCRG-PPXA; en cambio, para mantener la mejor resolución espacial posible, se debe elegir a TVNLR o RTV. Por su parte, los métodos PDHG y GPCL, remueven una alta cantidad de ruido, aportando excelentes valores tanto de relación señal a ruido como de relación contraste a ruido.

Palabras claves: Medicina Nuclear, SPECT, ruido, procesamiento digital de imágenes, análisis estadístico no paramétrico.

Adherence to the BJEDIS' scope: En este trabajo se realiza un análisis estadístico no paramétrico de Friedman-Wilcoxon, para determinar, entre 11 métodos modernos de reducción de ruido, basados en Variación Total, cuáles tienen mejor desempeño para estudios tomográficos de Medicina Nuclear.

*Address correspondence to second author at the Departamento de Control Automático, Facultad de Ing. Eléctrica, Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Carretera a Camajuaní km 5 ½. Santa Clara 54830, Cuba; Tel/Fax: +53-42-281157, +53-42-281608; mperez@uclv.edu.cu



1. INTRODUCCION

La Medicina Nuclear (MN), es la especialidad que se ocupa del diagnóstico, tratamiento e investigación médica, mediante el uso de radioisótopos como fuentes abiertas. Cuando son utilizados con un propósito diagnóstico, se aprovecha la propiedad emisora de los radioisótopos para detectarlos a distancia.

El procedimiento para generar imágenes en MN requiere la administración (intravenosa, subdérmica, oral, inhalación, etc.) de una dosis trazadora de una sustancia radiactiva o radiofármaco, que pasa a ser una fuente dentro del cuerpo del paciente, emisora de energía. Esa energía es captada por un detector de centelleo sólido (generalmente NaI(Tl)), denominado cámara gamma. Las imágenes en MN pueden ser planares (2D) o tomográficas (3D). La *Single Photon Emission Computed Tomography* (SPECT) no es más que un tipo de estudio tomográfico realizado con una cámara gamma, mediante la rotación de su detector alrededor del objeto. Así se obtienen las proyecciones de la emisión del radiofármaco, y luego estas son matemáticamente reconstruidas en una imagen 3D o cortes 2D.

Las imágenes de MN por la naturaleza de su adquisición, tienden a tener muy buen contraste imagen, pero muy pobre resolución espacial y, además, poseen una evidente presencia de ruido.

El ruido a nivel de píxel depende de la actividad radionuclídica administrada al paciente, la cual no se puede aumentar indiscriminadamente por razones de protección radiológica del paciente. Tampoco se puede aumentar el tiempo de adquisición del estudio más allá del tolerado por el paciente y la presión asistencial existente. Esto hace que no se puede evitar el tener ruido en las imágenes de MN. Este ruido tiene una naturaleza probabilística, ya que depende de la desintegración radiactiva del radiofármaco dentro del cuerpo del paciente y la emisión de energía en una dirección determinada; y su detección en la cámara gamma. Este ruido es descrito mediante la distribución de Poisson, $P(x)P(x)$, que se expresa como:

$$P(x) = \frac{m^x}{x!} e^{-m} P(x) = \frac{m^x}{x!} e^{-m} \quad (1)$$

donde mm es la media y xx es la variable dependiente (número de conteos en el detector). En la distribución de Poisson se cumple que la desviación típica $\sigma = \sqrt{\bar{x}} \sigma = \sqrt{\bar{x}}$. Así, al conocer la media de la señal, $\sigma\sigma$ también se conoce. Esto significa que se puede ajustar el ruido ($\sigma\sigma$) en una imagen, ajustando el número de fotones utilizados para producir esta (1).

Durante el siglo pasado se desarrollaron múltiples procedimientos y filtros sobre la base del procesamiento digital de imágenes, que fueron también aplicados para mejorar la calidad de imagen en MN(2). Este filtrado se realiza tanto en el dominio espacial como en el de las frecuencias. Existe una gran variedad de filtros en el dominio de las frecuencias que están disponibles en el software de cualquier cámara gamma, como son: Butterworth, Hamming, Parzen, Gaussiano y Wiener (3). Los mismos, a pesar de tener un resultado razonablemente bueno, se aprecia que en la actualidad, con el desarrollo de las modernas técnicas de procesamiento digital de señales, son superados por otros métodos que han probado su eficacia en diversas técnicas de diagnóstico por imagen (4–8). Cuando se reduce ruido se habla en el argot técnico de un suavizado de la imagen digital.

Los filtros de suavizado están diseñados para reducir las amplitudes en las zonas de alta frecuencia, pero este procedimiento puede resultar muy complejo en su aplicación práctica, ya que el costo de aplicar un filtro de este tipo trae consigo la posibilidad de perder información de detalles útiles de la imagen, que se encuentran también en las altas frecuencias, como son los objetos pequeños y los bordes de estructuras y lesiones, necesarios para el correcto diagnóstico a partir de las imágenes. El problema radica en que los filtros tradicionales pasa bajos, no pueden discriminar lo que es ruido aleatorio en los bordes de dos regiones de actividades radionuclídicas diferentes, porque el ruido en la imagen reconstruida no es aditivo, sino que está correlacionado con la señal útil como resultado del proceso matemático utilizado en la reconstrucción, por lo que en el suavizado que se realiza utilizando los filtros antes mencionados, además de reducir ruido, disminuye la definición de los contornos, empeorando así la resolución espacial de las imágenes, que ya de por sí es muy pobre en MN(1), (2).

En muchos métodos de reducción de ruido se hace la aproximación de que la imagen de entrada está dañada por ruido gaussiano aditivo de valor medio cero. Para excluir estructuras o detalles que no contribuyen a la estimación de la varianza de ruido, se aplica primero un algoritmo de detección de bordes simple, que utiliza gradiente de primer orden. Luego se utiliza un operador Laplaciano, seguido de un promediado sobre toda la imagen, que proporciona una estimación de varianza de ruido precisa. Así, solo hay un parámetro que es auto-determinado y adaptable al contenido de la imagen. Los resultados de la simulación muestran que este tipo de algoritmo funciona bien para diferentes tipos de imágenes, en una amplia gama de distribuciones estadísticas de ruido (9).

Existen otros métodos para estimar la desviación estándar del ruido blanco aditivo en las imágenes, que se han aplicado a un conjunto de imágenes que muestran diferentes grados de contraste, detalles de borde, textura, etc. (10). En especial se destacan los métodos más recientes basados en inteligencia artificial usando redes neuronales convolucionales (11). Los resultados muestran que, en general, la estimación más confiable es obtenida al pre-filtrar la imagen para suprimir la estructura de la imagen y luego calcular el valor de desviación estándar de los datos filtrados. Hoy día el método de variación total (TV) también ha surgido como una alternativa eficaz y eficiente para eliminar ruido (4–8).

El objetivo del presente trabajo es comparar el desempeño de varios métodos modernos de reducción de ruido basados en variación total en el contexto de la SPECT, para su posible implementación en la rutina clínica de la MN. Métodos de este tipo han sido anteriormente utilizados exitosamente en SPECT (12).

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Métodos de reducción de ruido basados en variación total de la imagen

Una función imagen $s(t_1, t_2)$ definida en el plano \mathbb{R}^2 (en nuestro caso plano de la imagen), bajo algunos supuestos de regularidad, tiene un campo de gradiente:

$$\nabla s(t_1, t_2) = \left(\frac{\partial s}{\partial t_1}(t_1, t_2), \frac{\partial s}{\partial t_2}(t_1, t_2) \right) \left(\frac{\partial s}{\partial t_1}(t_1, t_2), \frac{\partial s}{\partial t_2}(t_1, t_2) \right) \quad (2)$$

definido en \mathbb{R}^2 también.

Entonces, la variación total de la imagen s , se define como la norma $L_{1,2}$ del gradiente de la misma:

$$TV(s) = \int_{\mathbb{R}^2} |\nabla s(t_1, t_2)| dt_1 dt_2 \int_{\mathbb{R}^2} |\nabla s(t_1, t_2)| dt_1 dt_2 \quad (3)$$

Los métodos de reducción de ruido a partir de esta función se basan en minimizar el gradiente. Se introdujo como un criterio de regularización para la eliminación del ruido de la imagen en el trabajo de Rudin, Osher y Fatemi (ROF) (13), y se ha demostrado que es bastante eficiente para suavizar imágenes y preservar contornos. Sin embargo, la no diferenciabilidad de la función objetivo, requiere el uso de técnicas de optimización específicas (14).

En este trabajo se comparan 11 variaciones del método original anterior, que han probado su eficacia en otros contextos, y que se aplica al contexto de la SPECT. Son los siguientes:

- Doble regularización de TV restringida en grafos con inclinación monótona hacia adelante-hacia atrás-hacia adelante (DCRG-MSFBF) (14).
- Doble regularización de TV restringida en grafos con algoritmo paralelo proximal (DCRG-PPXA) (14), (15).
- Variación total anisotrópica (ATV) (8)
- Método iterativo rápido de contracción/umbralización (FISTA) (16)
- Variación total L1 primario-dual (TVL1PD) (17)
- Gradiente híbrido primario-dual (PDHG) (18)
- Proyección de gradiente con longitud de paso constante (GPCL) (19)
- Proyección de gradiente con búsqueda de línea hacia atrás (GPLS) (20)
- División de iteraciones de Bregman (Método Lagrangiano aumentado) (SBATV) (20), (21)
- Reducción del ruido por variación total basado en la regularización no local (TVNLR) (22)
- Variación total relativa (RTV) (23)

2.2 Maniquí físico, radiofármaco y adquisición de SPECT

Se utilizó un Maniquí de Jaszczak (Figura 1a). El mismo contiene 6 estructuras que simulan patologías en MN. Estas son 6 esferas sólidas de perspex, de diámetros: 31.8mm (L1), 25.4mm (L2), 19.1mm (L3), 15.9mm (L4), 12.7mm (L5) y 9.5mm (L6) que simulan lesiones hipocaptantes de actividad radionuclídica. Se utilizó un fondo radiactivo consistente en una disolución de agua destilada con Tc^{99m} . El agua en el maniquí tuvo una actividad inicial 1221 MBq.

Se adquirieron imágenes tomográficas en una cámara gamma E.CAM SCINTRON 7 de la firma *Aleman MiE Medical Imaging Electronic*. El detector de la cámara gamma (cristal de NaI (TI) con colimador de plomo de huecos paralelos), se rotó en 360 grados alrededor del maniquí y se adquirieron sus proyecciones a partir de los sinogramas originales. Se empleó la retroproyección filtrada (FBP) como método de reconstrucción tomográfica, para obtener los cortes (2D), a partir de filtrado Rampa + Butherworth (3). Para aplicar los métodos de reducción de ruido por TV se escogió un corte coronal, donde se aprecian todas las simulaciones de lesiones de diferente diámetro presentes en el maniquí. (Figura 1b).

Sobre la mencionada imagen, se aplicaron los 11 métodos de reducción de ruido basados en variación total, utilizando las programaciones en Matlab dadas por los propios autores originales de los mismos. En dichas implementaciones, la imagen final se busca a partir de construir una función e introducir en esta, valores para los parámetros específicos de cada método, como por ejemplo la regularización, la variación isotrópica, el error de tolerancia, el número de iteraciones, la varianza, el valor de frontera, entre otros. Para escoger estos parámetros, se realizó para cada método un ensayo de prueba y error, que adecuaron el mismo al problema concreto que se resuelve en esta investigación, reducir ruido en imágenes de SPECT.

Para comparar la calidad de imagen generada por cada método se emplearon métricas cuantitativas sobre Regiones de interés (ROI) (Figura 1c)

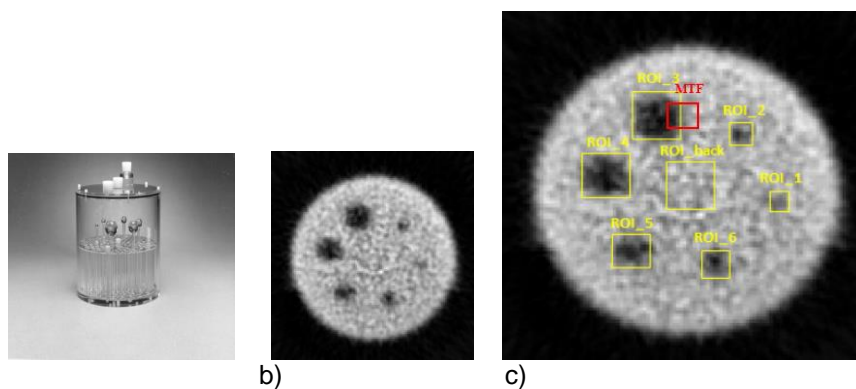


Figura 1. a) Maniquí, b) corte de SPECT utilizado y c) Regiones de interés.

2.3 Evaluación de calidad de imagen y análisis estadístico

Se analizó la relación señal a ruido univariada (SNR), el contraste imagen (C), la relación contraste a ruido (CNR) y la función de transferencia de la modulación (MTF), para comparar los desempeños de los métodos de TV; todas programadas en Matlab, a partir de las siguientes ecuaciones.

$$SNR = \sqrt{\bar{X}} SNR = \sqrt{\bar{X}} \quad (4)$$

Donde X es la intensidad media de la señal en cada ROI, que se corresponde con el número de conteos en cada una (ROI 1-6).

$$C = \frac{F-Li}{Li} (\%) \quad C = \frac{F-Li}{Li} (\%) \quad (5)$$

Aquí se empleó la relación entre la intensidad de la señal en la región de interés ubicada en cada lesión L_i ($i=1...6$) y la de fondo (F)

$$CNR = \frac{F-L_i}{\sigma_F} \quad CNR = \frac{F-L_i}{\sigma_F} \tag{6}$$

La resolución espacial fue evaluada a partir de la Función de Transferencia de la Modulación (MTF) que se calcula a partir de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) en un borde (1). A partir del valor medio del borde en la ROI roja (Figura 1c), se calcularon los puntos que tendría la MTF, y con un tamaño de 1 píxel se calculó la FFT.

Los resultados computacionales de los valores de la SNR, C, CNR y MTF, fueron analizados estadísticamente mediante el software SPSS 22. Se realizó una prueba de Wilcoxon de rangos con signo para muestras relacionadas. Esto mostró si existían diferencias significativas con un nivel de significación de 0,05, entre los 11 métodos para cada variable, y se ordenaron estos por sus rangos para cada variable, precisando un orden de mejor a peor método. Una vez que se detecta que existen diferencias significativas, se procede a determinar entre qué métodos existen estas diferencias. Para ello, se hizo un análisis bidimensional de Friedman de varianza por rangos para muestras relacionadas. Se resalta como mejor, aquel método de mayor rango por variable, que sea significativamente diferente del resto.

3. RESULTADOS

Las Figura 2 presenta los 3 métodos de mejores resultados por cada variable (esto significa mayor rango en la Prueba de Wilcoxon) y la Figura 5, muestra el resultado visual de esta selección.

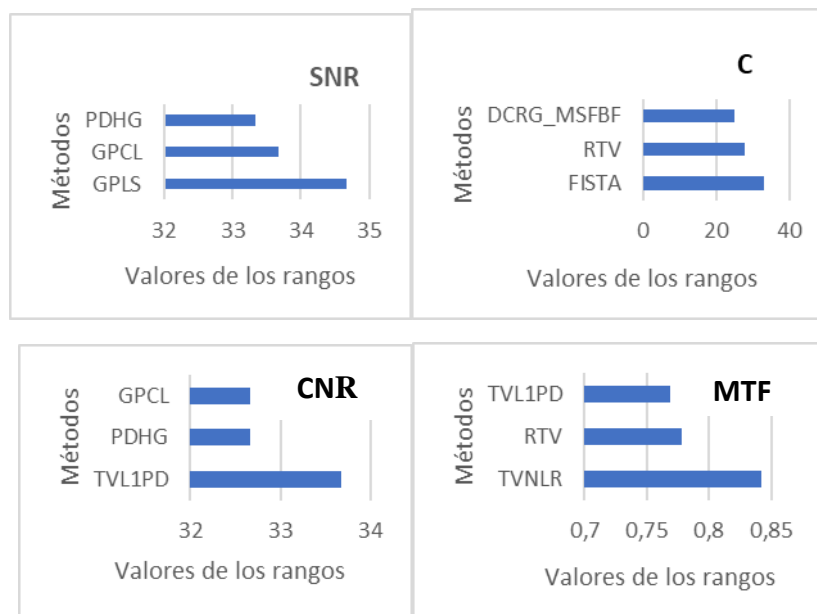


Figura 2. Valores de las medidas de calidad de imagen para los 3 métodos de mayor rango por variable.

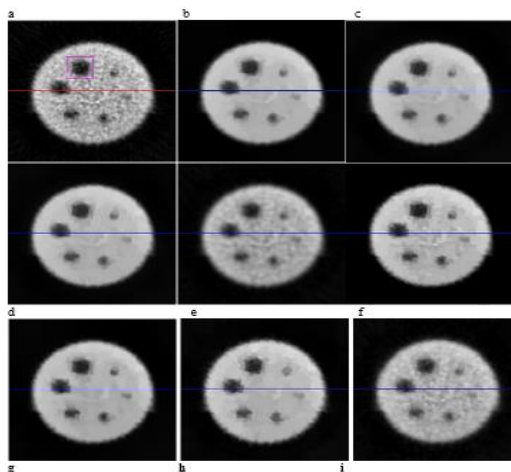


Figura 3: Resultado visual del procesamiento con los 3 mejores métodos por variable. a) Imagen original, b) PDHG, c) GPCL, d) GPLS, e) DCRG_MSFBF, f) FISTA, g) RTV, h) TVL1PD, i) TVNLR

El análisis de Friedman para cada variable entre métodos arrojó los siguientes resultados: El método FISTA, es significativamente mejor que la mayoría de los métodos desde el punto de vista del contraste imagen ($p=0.028$), excepto del segundo de mayor rango que es DCRG-PPXA ($p=0.116$). Por lo tanto, podemos decir que cualquiera de estos dos métodos son los que mejor funcionan para eliminar ruido manteniendo un alto contraste.

El método TVL1PD es significativamente mejor que la mayoría de los métodos ($p=0.028$), con la excepción del de segundo orden en el rango PDHG ($p=0.173$) para la variable CNR; por tanto, cualquiera de los dos puede considerarse con muy buen desempeño desde el punto de vista de esa variable.

El método GPLS es significativamente mejor que la mayoría de los métodos según SNR ($p=0.03$), excepto respecto a PDHG ($p=0.463$). Por tanto, ambos pueden considerarse como los de mejor desempeño desde el punto de vista de la relación señal a ruido.

En el caso de la MTF, el método TVNLR, es significativamente mejor que el resto ($p<0.05$). Por la importancia de lo que significan las pérdidas de resolución espacial para la MN, ya que esta variable es la principal que se degrada cuando se filtra el ruido, se muestra el comportamiento del área bajo la curva para la misma, de donde se aprecia el mejor desempeño de TVNLR, no solo en área bajo la curva, sino en límite de detección (10 % de la MTF).

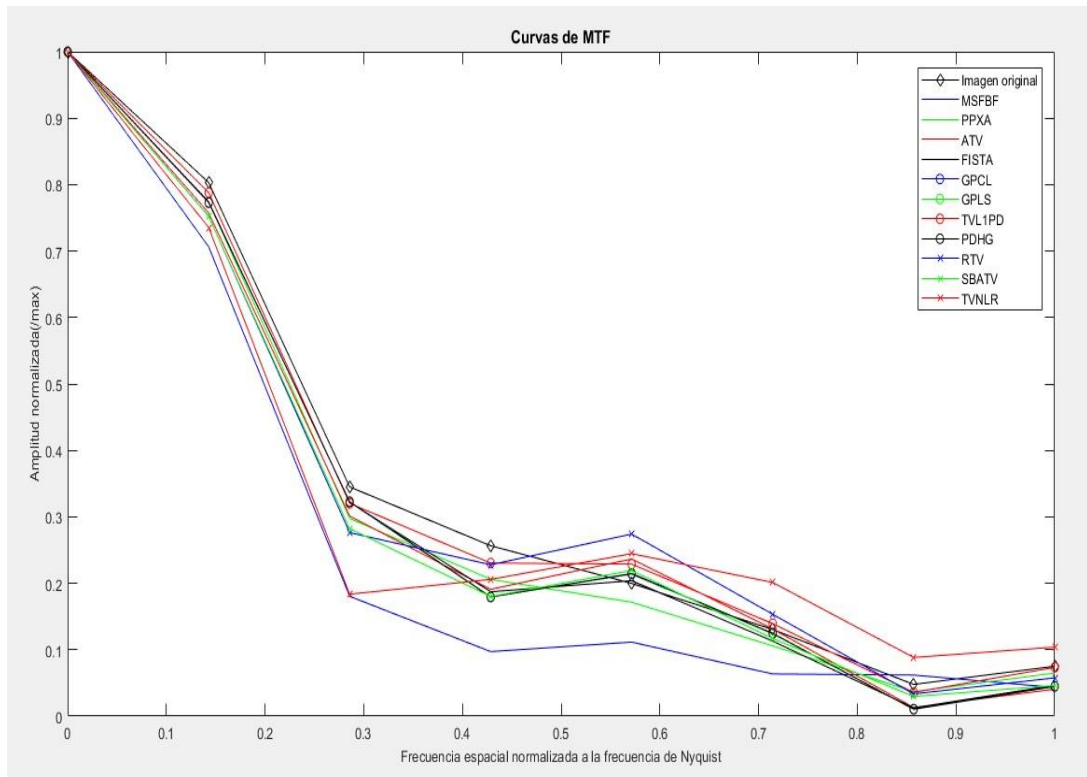


Figura 4. Curvas MTF de los 11 métodos seleccionados.

Resumiendo, se puede apreciar que los mejores desempeños globales lo tuvieron DCRG-PPXA, del inglés *dual constrained TV-based regularization on graph with parallel proximal algorithm* (14) y TVNLR, del inglés *total variation by nonlocal regularization* (22). Estos métodos son los que logran un mejor compromiso entre el ruido removido y la mantención de buenos niveles de contraste imagen y resolución espacial. La Figura 5 evidencia este criterio, mostrándose los métodos DCRG-PPXA en la parte a) y TVNLR en la parte b). En la fila inferior de ambas partes se aprecia la imagen original, la procesada por cada uno de estos dos métodos y la imagen de error calculada como la diferencia entre las dos anteriores. La imagen de error permite distinguir, cualitativamente, cuáles son las regiones en las que se concentra la mayor atenuación del ruido. Además, de esta imagen se ha calculado su desviación estándar como indicador indirecto para cuantificar la atenuación del ruido. Ello ha permitido escoger el espacio de parámetros de estos métodos, de forma tal que ambos produzcan, cuantitativamente, el mismo valor de error, con la finalidad de poder compararlos cualitativamente.

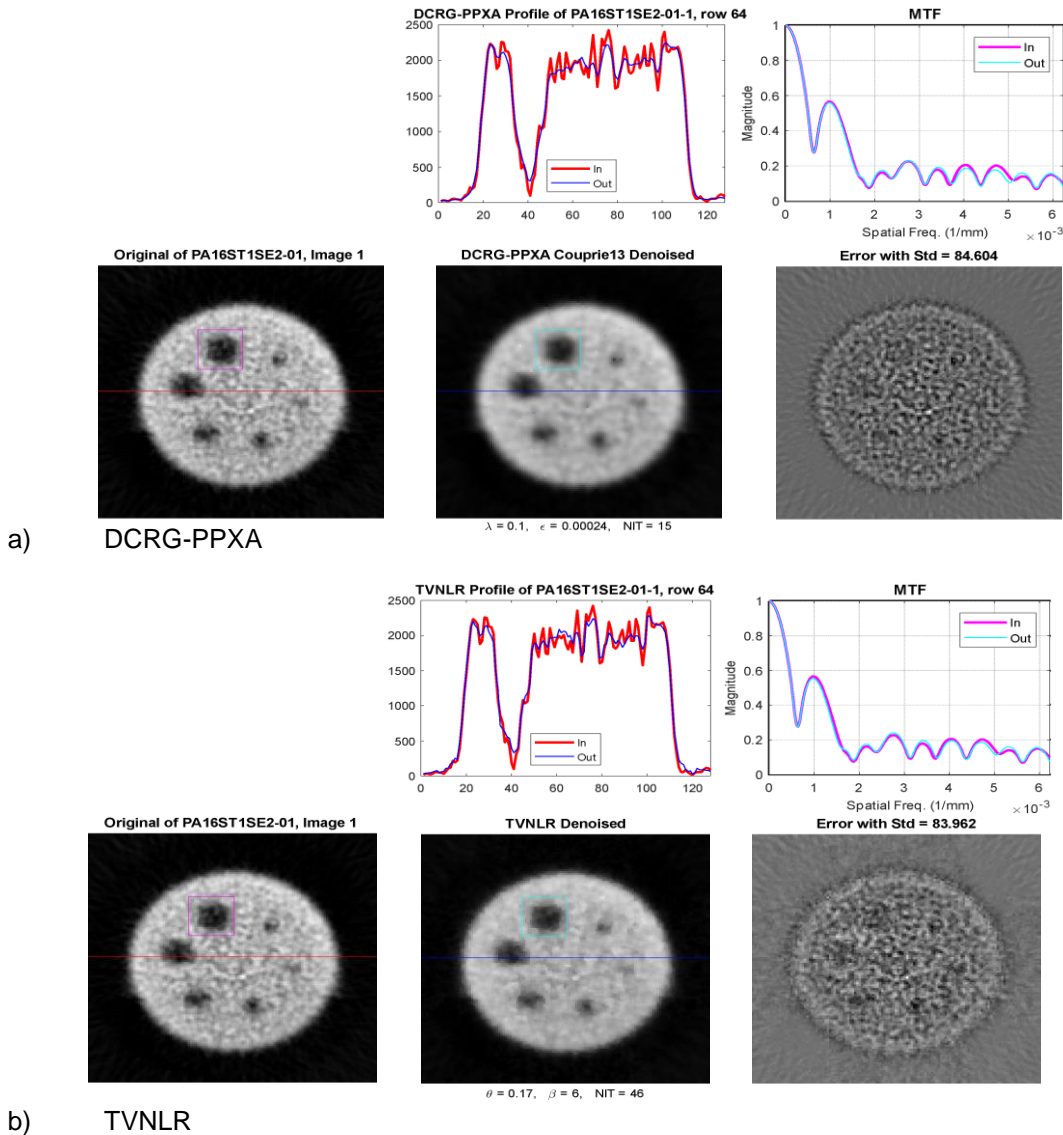


Figura 5. Métodos de mejor desempeño global para reducir ruido de Poisson en imágenes de SPECT.

Como puede apreciarse de la Figura 5, si bien los métodos DCRG-MSFBF y TVNLR producen valores semejantes de desviación estándar de la imagen de error, se diferencian en que TVNLR concentra más la atenuación de ruido en las regiones donde el ruido posee el mayor valor medio, lo que es una cualidad positiva teniendo en cuenta que el ruido es de Poisson. En la fila superior de las dos partes de la Figura 5, se ha trazado el perfil de la fila central de la imagen original en color rojo, y el de la misma fila de la imagen procesada en color azul. Estos trazados revelan una cualidad interesante de cada uno de estos métodos, la cual consiste en que DCRG-PPXA atenúa más los detalles pequeños de la imagen, al tiempo que reproduce mejor sus grandes variaciones de intensidad, como ocurre en la cavidad situada cerca de la columna 40. Estas propiedades quedan confirmadas si se analizan los trazados de las MTF de las respectivas ROIs que incluyen los círculos de mayor radio en cada caso, indicadas en color magenta para la imagen original y en color verde para la imagen procesada.

4. DISCUSIÓN

Al realizar un análisis basado en la literatura científica de los métodos que en la presente investigación reportaron los mejores resultados, a partir de un análisis estadístico no paramétrico, para reducir ruido en SPECT, se aprecia lo siguiente: Los métodos DCRG-PPXA (14), FISTA (16), PDHG (18), TVL1PD (17), TVNLR (22), y GPCL (19) gozan de prestigio en la comunidad científica y están siendo aplicados a disímiles imágenes médicas.

El método PDHG se valora como un algoritmo simple pero eficiente, para minimizaciones de variación total con aplicaciones en el ámbito del procesamiento de imágenes. Este algoritmo de tipo descendente, alterna entre las formulaciones primarias y duales y explota la información de las variables primarias y duales. Converge significativamente más rápido que algunos métodos existentes de amplio uso (18).

Por su parte los métodos GPCL y GPLS tienen una formulación dual con restricciones separables, que facilita su computación. Estos métodos proponen la aplicación de algoritmos de proyección de gradiente (GP) a la formulación dual. Diferentes variantes con diferentes estrategias de selección de longitud de paso y búsqueda de línea han sido probadas (19). Los experimentos computacionales muestran que los enfoques propuestos funcionan bien en una amplia gama de aplicaciones, y que son significativamente más rápidos que otros métodos propuestos anteriormente (19), particularmente cuando solo se requiere una modesta precisión en la solución.

El método FISTA está basado en los métodos de deconvolución para disminuir el ruido en las imágenes, mediante técnicas computacionales de reconstrucción de imágenes borrosas regidas por un modelo matemático conciso (16). La técnica empleada se encuentra dentro del campo de los métodos de filtrado espectral. Además, introduce una regularización necesaria o filtrado en las imágenes reconstruidas.

El método TVL1PD y TVNLR se basan en algoritmos de minimización de la variación total en diferencias finitas (17), (22). Sus aplicaciones van más allá de la simple eliminación del ruido y se extiende a los problemas de deconvolución. Sus resultados teóricos y prácticos avalan su uso en la minimización de problemas de partición pequeños.

El método DCRG_PPXA (14) utiliza una representación flexible de datos gráficos que permite generalizar la restricción en la variable de proyección. Muestra una nueva formulación del problema de la TV, que puede resolverse mediante algoritmos proximales rápidos paralelos. En los ejemplos de eliminación de ruido, se muestra que este método funciona bien en gráficos arbitrarios, en lugar de cuadrículas regulares como son los píxeles de SPECT. En consecuencia, el método se aplica a una variedad de otros problemas inversos, incluida la fusión de imágenes y el filtrado de malla (24).

El presente estudio presenta limitaciones. En primer lugar, no se realizó la optimización de los parámetros de cada método, por lo que cabe esperar que, de aplicarse, por ejemplo, un método de Monte Carlo, el desempeño de todos los métodos en general, pudiese mejorar (20). En segundo lugar, se trabajó solo a partir de imágenes de un maniquí físico, de hecho, para un solo corte; por lo que, para lograr la implementación de estos métodos en la práctica clínica de rutina, es deseable aplicarlos sobre una amplia muestra de imágenes de SPECT reales de pacientes, para diversos tipos de estudios de MN, y poder precisar así con mayor exactitud y precisión su desempeño.

CONCLUSIONES

Para las condiciones experimentales impuestas:

- Se logró disminuir el ruido en las imágenes SPECT mediante todos los métodos analizados, pero los que más ruido remueven (GPLS y GPCL), afectan la resolución espacial y el contraste imagen.
- Según el análisis cuantitativo de calidad de imagen, dentro de los 11 métodos analizados, se determinó que los métodos DCRG_PPXA y FISTA son los que mantienen mejor valor de Contraste imagen, TVL1PD y PDHG presentan mejor relación contraste a ruido y TVNLR y RTV presentan mejor resolución espacial. En este sentido, la elección de uno u otro debe responder a las necesidades que los especialistas necesiten que primen en cada estudio de MN específico, para hacer un mejor diagnóstico a partir de imágenes de SPECT.
- En sentido general, se puede plantear que cuando se remueve ruido en estudios de SPECT, empleando métodos de variación total, los resultados de esta investigación muestran que los mejores desempeños globales lo tuvieron DCRG-PPXA y TVNLR. Estos métodos son los que logran un mejor compromiso entre el ruido removido y la mantención de buenos niveles de contraste imagen y resolución espacial.

LISTA DE ABBREVIATURAS

ATV	Anisotropic Total Variation	Variación total anisotrópica
C	Contrast	Contraste
CNR	Contrast -to-Noise Ratio	Relación contraste-ruido
DCRG-MSFBF	Dual Constrained TV- Regularization on Graphs with Monotone Skew Forward Backward Forward	Doble regularización de TV restringida en gráficos con inclinación monótona hacia adelante-hacia atrás-hacia adelante
DCRG-PPXA	Dual Constrained TV-based Regularization on Graphs with the Parallel Proximal Algorithm	Doble regularización de TV restringida en gráficos con el método paralelo proximal
FBP	Filtred Back Projection	Retroproyección filtrada
FFT	Fast Fourier Transform	Transformada rápida de Fourier
FISTA	Fast Iterative Shrinkage/Thresholding Algorithm	Método iterativo rápido de contracción/umbralización
GPCL	Gradient Projection with Constant step Length	Proyección de gradiente con longitud de paso constante
GPLS	Gradient Projection with backtracking Line Search	Proyección de gradiente con búsqueda de línea hacia atrás
MN		Medicina Nuclear
MTF	Modulation Transfer Function	Función de Transferencia de la Modulación
PDHG	Primal-Dual Hybrid Gradient	Gradiente híbrido primario-dual
ROI	Region Of Interest	Región de interés
RTV	Relative Total Variation	Variación total relativa
SBATV	Split Bregman Iterations (aka the augmented Lagrangian method)	División de iteraciones de Bregman (Método Lagrangiano aumentado)
SNR	Signal-to-Noise Ratio	Relación señal-ruido
SPECT	Single Photon Emission Computed Tomography	Tomografía Computarizada por Emisión de Fotón Único
TVL1PD	Total Variation L1 Denoising using the Primal Dual	Variación total L1 Primario-dual
TVNLR	Total Variation Denoising based on Nonlocal Regularization	Reducción del ruido por variación total basado en la regularización no local

CONSENTIMIENTO PARA PUBLICACIÓN

En este trabajo no se requiere de consentimiento informado, porque no se utilizan imágenes ni datos de pacientes. Todos los experimentos fueron realizados sobre un maniquí físico.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores de este trabajo manifiestan no tener ningún conflicto de intereses en relación con la publicación. Para el desarrollo de la misma no se recibió fondos de ningún proyecto o institución.

Créditos

Sergio E. Ybargollin-Machado: Conceptualización, metodología, análisis de datos, y redacción del borrador original del manuscrito. **Marlen Pérez-Díaz:** Conceptualización, supervisión, revisión y edición. **Rubén Orozco-Morales:** Supervisión de la programación, revisión y edición. **Reinaldo Roque Díaz:** Adquisición de la data y análisis de esta.

REFERENCIAS

1. LEE, Sangyoon, LEE, Min Seok and KANG, Moon Gi. Poisson–Gaussian Noise Analysis and Estimation for Low-Dose X-ray Images in the NSCT Domain. **Sensors**. v. 18, n. 4, p. 1019. 2018. DOI 10.3390/s18041019.
2. FAN, Linwei, ZHANG, Fan, FAN, Hui and ZHANG, Caiming. Brief review of image denoising techniques. **Visual Computing for Industry, Biomedicine, and Art**. v. 2, n. 1, p. 7. 2019. DOI 10.1186/s42492-019-0016-7.
3. R. P. AÑÉ. Filtros en Medicina Nuclear. . 2017.
4. LIU, Jun, HUANG, Ting-Zhu, SELESNICK, Ivan W., LV, Xiao-Guang and CHEN, Po-Yu. Image restoration using total variation with overlapping group sparsity. **Information Sciences**. v. 295, p. 232–246. 2015. DOI 10.1016/j.ins.2014.10.041.
5. MA, Jiayi, CHEN, Chen, LI, Chang and HUANG, Jun. Infrared and visible image fusion via gradient transfer and total variation minimization. **Information Fusion**. v. 31, p. 100–109. 2016. DOI 10.1016/j.inffus.2016.02.001.
6. I. SELESNICK. Total Variation Denoising. NM algorithm Open Stax. **Rice University, USA**. 2017.
7. ZHENG, Yuhui, JEON, Byeungwoo, ZHANG, Jianwei and CHEN, Yunjie. Adaptively determining regularisation parameters in non-local total variation regularisation for image denoising. **Electronics Letters**. v. 2, n. 51, p. 144–145. 2015. DOI 10.1049/el.2014.3494.
8. CONDAT, Laurent. Discrete Total Variation: New Definition and Minimization. **SIAM Journal on Imaging Sciences**. v. 10, n. 3, p. 1258–1290. 2017. DOI 10.1137/16M1075247.
9. TAI, Shen-Chuan and YANG, Shih-Ming. A fast method for image noise estimation using Laplacian operator and adaptive edge detection. In : **2008 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing**. 2008. p. 1077–1081.
10. SUGANTHARATHNAM, D. Mary, MANIMEGALAI, D. and JAYASREE, T. Multi-resolution transform-based image denoising and fusion for Poisson noise suppression. **International Journal of Biomedical Engineering and Technology**. v. 28, n. 3, p. 273–285. 2018. DOI 10.1504/IJBET.2018.095207.
11. RAMON, Albert Juan, YANG, Yongyi, PRETORIUS, P. Hendrik, JOHNSON, Karen L., KING, Michael A. and WERNICK, Miles N. Improving Diagnostic Accuracy in Low-Dose SPECT Myocardial Perfusion Imaging With Convolutional Denoising Networks. **IEEE Transactions on Medical Imaging**. v. 39, n. 9, p. 2893–2903. 2020. DOI 10.1109/TMI.2020.2979940.
12. LI, Si, ZHANG, Jiahan, KROL, Andrzej, SCHMIDTLEIN, C. Ross, FEIGLIN, David and XU, Yuesheng. Preconditioned alternating projection algorithm for solving the penalized-likelihood SPECT reconstruction problem. **Physica Medica**. v. 38, p. 23–35. 2017. DOI 10.1016/j.ejmp.2017.05.001.
13. RUDIN, Leonid I., OSHER, Stanley and FATEMI, Emad. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. **Physica D: Nonlinear Phenomena**. v. 60, n. 1, p. 259–268. 1992. DOI 10.1016/0167-2789(92)90242-F.
14. COUPRIE, Camille, GRADY, Leo, NAJMAN, Laurent, PESQUET, Jean-Christophe and TALBOT, Hugues. Dual Constrained TV-based Regularization on Graphs. **SIAM Journal on Imaging Sciences**. v. 6, n. 3, p. 1246–1273. 2013. DOI 10.1137/120895068.

15. JENATTON, Rodolphe, MAIRAL, Julien, OBOZINSKI, Guillaume and BACH, Francis. Proximal Methods for Hierarchical Sparse Coding. **Journal of Machine Learning Research**. v. 12, n. 67, p. 2297–2334. 2011.
16. AFONSO, Many V, BIOUCAS-DIAS, José M and FIGUEIREDO, Mário A T. An augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems. **IEEE transactions on image processing**. v. 20, n. 3, p. 681–695. 2011. DOI 10.1109/tip.2010.2076294.
17. HANSEN, Per Christian, NAGY, James G. and O'LEARY, Dianne P. Deburring Images: Matrices, Spectra, and Filtering. **[online]**. 2006. Available from: <https://orbit.dtu.dk/en/publications/deburring-images-matrices-spectra-and-filtering>. Accessed 7 September 2021.
18. NEMIROVSKI, Arkadi. Prox-Method with Rate of Convergence $O(1/t)$ for Variational Inequalities with Lipschitz Continuous Monotone Operators and Smooth Convex-Concave Saddle Point Problems. **SIAM Journal on Optimization**. v. 15, n. 1, p. 229–251. 2004. DOI 10.1137/S1052623403425629.
19. M. ZHU AND T. CHAN. An Efficient Primal-Dual Hybrid Gradient Algorithm For Total Variation Image Restoration. . v. Report 34 (1), n. UCLA CAM, p. 1–29. 2008.
20. ZHU, Mingqiang, WRIGHT, Stephen J. and CHAN, Tony F. Duality-based algorithms for total-variation-regularized image restoration. **Computational Optimization and Applications**. v. 47, n. 3, p. 377–400. 2010. DOI 10.1007/s10589-008-9225-2.
21. CAI, Jian-Feng, OSHER, Stanley and SHEN, Zuowei. Split Bregman Methods and Frame Based Image Restoration. **Multiscale Modeling & Simulation**. v. 8, n. 2, p. 337–369. 2010. DOI 10.1137/090753504.
22. ZHANG, Jian, LIU, Shaohui, XIONG, Ruiqin, MA, Siwei and ZHAO, Debin. Improved total variation based image compressive sensing recovery by nonlocal regularization. In : **2013 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)**. 2013. p. 2836–2839.
23. XU, Li, YAN, Qiong, XIA, Yang and JIA, Jiaya. Structure extraction from texture via relative total variation. **ACM Transactions on Graphics**. v. 31, n. 6, p. 139:1-139:10. 2012. DOI 10.1145/2366145.2366158.
24. CHAMBOLLE, Antonin, CASELLES, Vicent, CREMERS, Daniel, NOVAGA, Matteo and POCK, Thomas. **An Introduction to Total Variation for Image Analysis** [online]. De Gruyter, 2010. Accessed 7 September 2021. ISBN 978-3-11-022615-7. Available from: <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/9783110226157.263/html>.