

# DIFUSÃO DE TECNOLOGIAS E EQUILÍBRIOS DEPENDENTES DE TRAJETÓRIAS<sup>1</sup>

*João Lizardo de Araújo*

Instituto de Economia  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

## INTRODUÇÃO

A proposição de que a história é relevante não é nova no debate econômico, ocupando o centro do debate entre deterministas e historicistas. No entanto, o reconhecimento crescente de que a mudança tecnológica é importante para o crescimento econômico, sendo pois um tema adequado para a investigação econômica, recoloca e rephraseia essa proposição em termos mais formais, embora mais estreitos. Nas palavras de Rosenberg (1994), existe “*a strong degree of path dependence, in the sense that one cannot demonstrate the direction or path in the growth of technological knowledge merely by reference to certain initial conditions*”. O conceito de dependência de trajetória em processos econômicos deve muito aos trabalhos de Paul David, tanto no chamativo termo “Economics of QWERTY” (Krugman, 1994) como em sua definição mais rigorosa de processo estocástico não-ergódico (Rosenberg, *op. cit.*).

Outro nome associado a dependências de trajetória é o de Brian Arthur, por sua modelagem estocástica de processos de difusão (Arthur, 1987, 1989). A modelagem destes processos tem via de regra privilegiado abordagens deterministas. Exceção importante é a obra de Arthur, modelando difusão como um passeio ao acaso. Ebeling *et al.* também usam processos de Markov como passeio ao acaso, e De Araújo (1995) usou um processo de nascimento e morte como equivalente estocástico da equação de difusão em mercados finitos.

Todos estes esforços enfocaram o problema mais estreito de difusão de tecnologias em vez da própria inovação, dadas as dificuldades inerentes a este último tema. Na verdade, Ebeling *et al.* tentaram formalizar inovações supondo um conjunto enumerável de tecnologias por assim dizer no limbo; no entanto esta formalização não é operacionalizada em seus trabalhos. Há naturalmente uma razão excelente para evitar modelos operacionais de inovação: as incertezas em torno desta última implicam que um modelo de inovação tem de incorporar custos de desenvolvimento de uma inovação, bem como riscos e oportunidades de mercado. Tais modelos podem pois tornar-se rapidamente intratáveis; os ganhos potenciais tampouco parecem elevados, a menos que algum meio seja encontrado para retratar os aspectos essenciais do processo de modo simples.

O fito deste trabalho é bem mais modesto: examinando similaridades e diferenças entre os resultados do autor e de outros, tentamos discernir as implicações dessas hipóteses para os resultados obtidos sobre difusão de tecnologias, e levantamos indagações sobre o sentido de equilíbrio estável para fins analíticos. Finalmente, discutimos extensões para incorporar outras intuições, visando chegar a um melhor entendimento dos processos reais de inovações e difusão de tecnologias.

O trabalho tem a seguinte estrutura. A seção 1 apresenta novos resultados do trabalho anterior do autor, discutindo-os com respeito aos resultados de Arthur e Ebeling. A seção 2 analisa a dinâmica do processo sem renovação, mostrando que estados saturados e em *lock-in* são duradouros apesar de transitórios, e discute as implicações deste fato. A seção 3 introduz extensões ao modelo para melhorar seu poder descritivo e preditivo.

## 1. TRABALHO ANTERIOR E NOVOS RESULTADOS

Em artigo anterior (De Araújo, 1995) o autor introduziu um modelo de nascimento e morte para a difusão competitiva de duas tecnologias num mercado finito. Este modelo tem três variantes: nascimento puro, nascimento e morte sem renovação, e nascimento e morte com renovação. No caso de nascimento puro, o processo segue um par de curvas logísticas ruidosas chegando a estados finais aleatórios. A distribuição destes estados depende do tamanho do mercado e das taxas relativas de difusão, *assim como*

*do estado inicial*: o sistema exibe dependência de trajetória. Ademais, experimentos com uma faixa de tamanhos de mercados sugerem que a fração de mercado necessária para introduzir um viés contra uma tecnologia mais atraente *decrece* quando o tamanho do mercado aumenta.

O modelo completo é o seguinte: Se *duas* tecnologias, 1 e 2, são introduzidas no instante 0 com coeficientes de difusão  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , temos um processo bidimensional. Este pode ser anotado  $\{(N_1(t), N_2(t)), t \geq 0\}$ ,  $N_1(0) = 1$ ,  $N_2(0) = b$ , onde transições em  $N_1(t)$  e  $N_2(t)$  são independentes a não ser pelas “taxas de nascimento”  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  e “taxas de morte”  $\theta_1$  e  $\theta_2$ . Estas são interligadas pela equação abaixo.

#### *Equação 1*

taxa de nascimento  $\lambda_i = \alpha_i \cdot (n_i(t))^\tau \cdot (M - n_1(t) - n_2(t)), i = 1, 2$

taxa de mortalidade  $\theta_i = \mu_i(n_1(t), n_2(t), M), i = 1, 2$

Podemos interpretar esta da seguinte maneira.

Durante o intervalo  $(t, t + \Delta t)$  cada adotador potencial remanescente tem três opções: esperar para ver, escolher 1 ou escolher 2. Se  $\Delta t$  é suficientemente pequeno,  $\Pr\{\text{escolher } i\} \cong \alpha_i \cdot (N_i(t))^\tau \cdot \Delta t, i = 1, 2$ , onde  $\tau$  é um parâmetro controlando se a probabilidade de adoção é linear no número de adotadores ( $\tau = 1$ ), côncava ( $0 < \tau < 1$ ), insensível ( $\tau = 0$ ) ou decrescente ( $\tau < 0$ ). Ademais, cada agente opta independentemente dos outros, e a probabilidade de duas opções simultâneas é zero. Finalmente, dado que no instante  $t$  a tecnologia  $i$  tem  $n_i(t)$  adotadores, a probabilidade de que um adotador a deixará para unir-se aos “adotadores potenciais” durante o intervalo  $(t, t + h)$  tende para  $\mu_i(n_1(t), n_2(t), M) \cdot h$  quando  $h \rightarrow 0^+$ . Isto é, a “taxa de mortalidade” instantânea de cada tecnologia depende do número de adotadores de cada tecnologia e do tamanho do mercado. Mortes também seguem a restrição costumeira de que eventos simultâneos têm probabilidade zero. Supomos ainda que  $\theta_i$  é positiva para todo  $n_i > 0$ .

A introdução de “mortes”, ou seja, arrependimento dos consumidores, muda radicalmente o comportamento: o estado  $(0, 0)$ , extinção para ambas tecnologias, torna-se absorvente e todos os outros estados tornam-se transitórios, a menos que haja renovação para o estado inicial. A despeito desta mudança radical, realizações do processo seguem aproximadamente o caso de nascimento puro até aproximar-se da saturação do mercado, e exibem

certo grau de estabilidade em torno do estado saturado atingido. A combinação de não-ergodicidade com muito lenta convergência para o estado absorvente sugere que o comportamento do transitório é relevante para este problema. No entanto, há escassa literatura sobre comportamento transitório em processos de Markov não-ergódicos.

Introduzindo renovação para o estado inicial na extinção, todos os estados tornam-se recorrentes, a cadeia embutida é irredutível e é possível calcular probabilidades limites. Estas concentram-se em estados com apenas uma tecnologia presente (o efeito *lock-in* achado por Arthur, 1989, Arthur *et al.*, 1987), sendo a probabilidade de outros estados positiva mas desprezível. Ademais, a distribuição de probabilidade de estados *lock-in* depende tanto das taxas de difusão quanto do estado inicial (renovação). Estas conclusões mostraram-se robustas com respeito à forma das taxas de nascimento e morte, mesmo com deseconomias de adoção.

Trabalho com motivações similares tem sido desenvolvido por Ebeling, Jiménez Montaña e outros (1980, 1994). Eles usam um passeio ao acaso no qual a soma de adotadores de ambas as tecnologias permanece invariante, i.e., um processo de substituição num mercado finito. Esta formulação é adequada para o problema de calcular a probabilidade de uma nova tecnologia sobreviver, competindo com uma estabelecida. Esta probabilidade de sobrevivência é uma função do tamanho do mercado, a razão entre as taxas de difusão para ambas as tecnologias e o número inicial de adotadores para a nova tecnologia. Embora as probabilidades de transição usadas em seu modelo não sejam diretamente comparáveis com as nossas,<sup>2</sup> seus resultados são dignos de nota. Primeiro, a probabilidade de sobrevivência de uma nova tecnologia decresce bruscamente com o tamanho do mercado, i.e., com a base da tecnologia estabelecida. Segundo, a sobrevivência cresce apenas moderadamente com maiores coeficientes de difusão para a nova tecnologia. Isto leva Ebeling *et al.* a especular sobre o papel de nichos de mercado (funcionando como incubadoras) para o sucesso de novas tecnologias. Eles observam corretamente que a associação de firmas para desenvolver e usar uma nova tecnologia funciona como a criação de um nicho protegido de tamanho relativamente pequeno; depois da tecnologia dominar este nicho, suas chances para maiores mercados serão melhores.

O sumário acima levanta certo número de interrogações. Primeiro, que inferências podem ser tiradas de uma comparação dos resultados anteriores do autor com os de Arthur e Ebeling? Segundo, poderemos aprender mais sobre o comportamento transitório de processos competitivos de nascimento e morte sem renovação? Terceiro, poderia este modelo ser estendido para incorporar desigualdades entre firmas, bem como interações interfirmas e intersetoriais no processo de inovação tecnológica (distinguido da difusão)?

No que se segue discutimos o primeiro ponto. O segundo será objeto da seção seguinte. Finalmente, a terceira questão será examinada na seção final.

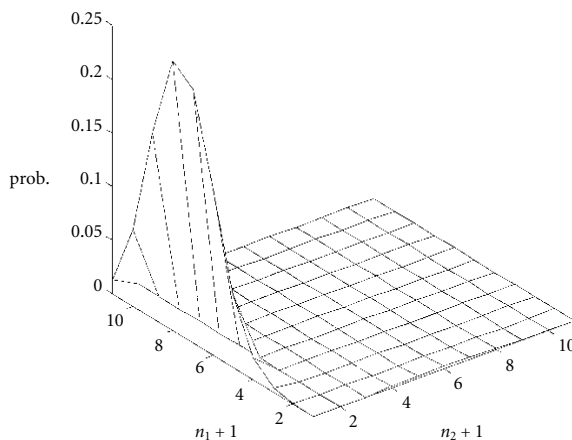
Há várias diferenças relevantes entre as hipóteses e resultados de Arthur, comparados com os nossos. Primeiro, como assinalado em De Araújo (1995), Arthur usa uma seqüência infinita de agentes contra um mercado finito, em nosso caso. Segundo, os agentes de Arthur são diferenciados em dois tipos (favorável à tecnologia A ou B), contra um conjunto indiferenciado de “adotadores em potencial”, mais agentes arrependidos da escolha já feita por A ou B. Terceiro, a loteria de Arthur toma um agente ao acaso entre os dois “tipos”; este agente então escolhe uma tecnologia segundo sua “função de utilidade” (determinística) que leva em conta as adoções já feitas de ambas as tecnologias. A loteria do processo de nascimento e morte, por seu lado (excluindo o intervalo entre transições, o qual só afeta o ritmo temporal), escolhe se uma adoção ou uma rejeição será feita, e para qual tecnologia; probabilidades de transição são função de adoções já feitas e do número de adotadores em potencial. Finalmente, Arthur postula barreiras absorventes quando a diferença entre adoções de A e B atinge patamares predeterminados; no modelo de nascimento e morte, extinção é a barreira absorvente natural.

A mais relevante destas diferenças é aquela entre um mercado finito e um infinito. Com efeito, a introdução de renovação no modelo de nascimento e morte leva a efeitos *lock-in* sempre que aumenta a probabilidade de adoção de uma tecnologia. Isto é qualitativamente similar a curvas de utilidade apresentando “economias de adoção” em Arthur. Note também que o mercado poderia dividir-se em dois tipos de adotador, como em Arthur, sem mudar os principais resultados para o modelo de nascimento e morte.

No entanto, a semelhança acaba quando “deseconomias de adoção” são consideradas, devido ao uso de um mercado finito. Em contraste com os resultados de Arthur, os quais mostram convergência com probabilidade 1 para um estado intermediário, a finitude do mercado leva a resultados variando *somente em grau* em relação àqueles com economias de adoção.<sup>3</sup> As figuras 1 e 2, bem como a tabela 1, mostram que mesmo com deseconomias de adoção o sistema tende a estados tudo-ou-nada e que o estado inicial (renovação) é relevante (particularmente com parâmetros de difusão iguais para ambas as tecnologias). Também, se uma tecnologia (digamos 1) tem coeficiente de difusão maior, então as probabilidades limites concentram-se perto do estado  $(M, 0)$ . O efeito líquido de deseconomias de adoção em processos de nascimento e morte com renovação é aumentar a dispersão, reduzir o valor esperado de adoção para cada tecnologia e aumentar ligeiramente as chances de sobrevivência da tecnologia com menor taxa de difusão em alguns casos. Observe por exemplo as figuras 1 e 2, e também a tabela 1: nota-se que para  $\alpha_1 = 0.04$  e  $b_2 = 5$ , temos  $E(n_2) = 0.0515$  quando  $\tau = -1$ ; 0.0134 para  $\tau = 0$ ; e 0.0072 para  $\tau = 1$ . Para outras combinações de parâmetros, há um comportamento à primeira vista paradoxal; assim, quando  $b_2 = 1$  e  $\beta = \alpha_1/\alpha_2 = 2$ ,  $E(n_2)$  é *menor* para  $\tau = 0$  que para  $\tau = 1$ . Também,  $P(n_2)$  para  $\alpha_1 = 0.04$  e  $b_2 = 5$  é muito menor quando  $\tau = 0$  que quando

**FIGURA 1**

Probabilidades limite para  $M = 10$ ,  $\mu_i = 0.02$ ,  $\alpha_1 = 0.04 = 2 \cdot \alpha_2$ ,  $\tau = -1$ , renovação para  $(1, 5)$

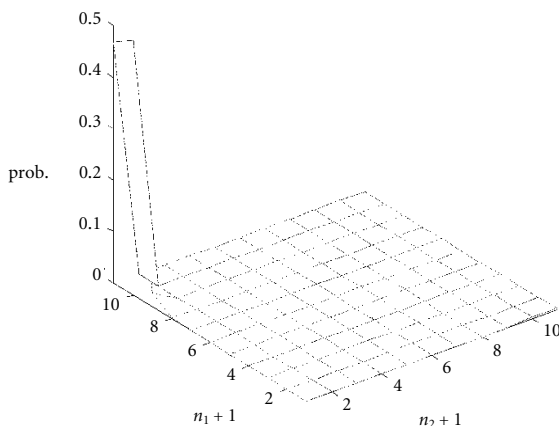


$\tau = -1$  ou  $\tau = 1$ . Isto se explica pelo fato de que um  $\tau$  maior aumenta o peso de taxas de nascimento sobre taxas de mortalidade, e também acentua diferenças em taxas de difusão, reduzindo a influência do estado de renovação. O resultado líquido dependerá da combinação de  $\tau$ , coeficientes de nascimento e morte e do estado de renovação.

Quanto a Ebeling *et al.*, seus resultados não se preocupam com economias de adoção. Muito pelo contrário, seu modelo é propositadamente desenhado para mostrar *economias* de adoção, como discutido na nota 4, e

**FIGURA 2**

Probabilidades limite para  $M = 10$ ,  $\mu_i = 0.02$ ,  $\alpha_1 = 0.04 = 2 \cdot \alpha_2$ ,  $\tau = 1$ , renovação para (1, 5)



**TABELA 1**

Estatísticas limite para  $M = 10$ ,  $\mu_i = 0.02$ ,  $\alpha_2 = 0.02$ , renovação para (1,  $b_2$ )

$\alpha_1$	$\tau$	$b_2$	$P(n_1 \cdot n_2 > 0)$	$P(n_1 > n_2) / P(n_2 > n_1)$	$P(n_2 > 0)$	$E(n_1)$	$E(n_2)$
0,02	-1	1	0,0447	1,00	0,5220	2,5403	2,5403
0,02	-1	5	0,0427	0,45	0,7043	1,6173	3,4789
0,02	0	1	1,9E-05	1,00	0,5000	4,2500	4,2500
0,02	0	5	1,6E-05	0,26	0,7955	1,7382	6,7618
0,02	1	1	6,1E-11	1,00	0,5000	4,6936	4,6936
0,02	1	5	3,5E-11	0,03	0,9688	0,2934	9,0939
0,04	-1	1	0,0016	242,79	0,0054	6,4722	0,0236
0,04	-1	5	0,0021	104,31	0,0109	6,4380	0,0515
0,04	0	1	5,5E-08	2.677,00	0,00037	8,9966	0,0032
0,04	0	5	9,6E-08	631,15	0,0016	8,9858	0,0134
0,04	1	1	1,4E-13	2.392,50	0,00042	9,4401	0,0039
0,04	1	5	5,8E-13	120,61	0,0082	9,3664	0,0072

como eles próprios reconhecem (Bruckner *et al.*, 1994, p. 86). No entanto, eles levantam temas relevantes sobre a introdução e sobrevivência de uma nova tecnologia em presença de uma tecnologia estabelecida, o que é um caso bem mais comum que a competição de duas novas tecnologias por um mercado virgem. Entretanto, não é claro que investigar probabilidades limite de um modelo com renovação (como fazem Ebeling *et al.*) seja preferível para esta finalidade. A próxima seção investiga um enfoque alternativo.

## 2. A PERSISTÊNCIA DE ALGUNS ESTADOS TRANSITÓRIOS

As simulações mostradas em De Araújo (1995) colocam um problema interessante para a análise e a política econômica: se um estado é transitório, e portanto não é um estado em equilíbrio estável, mas o decaimento para longe dele é lento comparado com o tempo levado para atingir este estado, não poderá este estado ser considerado com “estável” para finalidades práticas, especialmente se a probabilidade de atingir esse estado é não-desprezível? Em outras palavras, deveria a estabilidade ser considerada em termos de um horizonte temporal finito ao invés de infinito? Já que a maioria dos agentes toma decisões baseadas em horizontes temporais finitos, este é um tema pertinente.

Associada a esta questão existe outra: sabendo que  $(0, 0)$  é um estado absorvente, como a distribuição de probabilidade evolui de um estado saturado até a extinção? É possível ir além de meras simulações e fazer afirmações probabilísticas com respeito ao transitório? No restante desta seção veremos que é de fato possível obter resultados sobre a distribuição de probabilidade para o período de decaimento a partir de um estado inicial saturado.

A propagação de distribuições de probabilidade de estados do mercado dado o estado inicial  $i_0$  segue o padrão conhecido. Dada a matriz de transição  $A$  e um vetor de probabilidade inicial  $\pi_0 = [\delta(i, i_0)]$  onde  $\delta(\bullet, \bullet)$  é a função de Dirac, temos após  $t$  transições  $\pi_t = \pi_{t-1} A = \pi_0 A^t$ . Em nosso caso, um estado é um par  $(n_1, n_2)$  sujeito a  $n_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2$  e  $n_1 + n_2 \leq M$  (tamanho do mercado). Assim, um mercado de tamanho  $M$  tem  $(M + 1)(M + 2)/2$  estados.

Para analisar a evolução de  $\pi$ , várias medidas são possíveis. Uma é  $E[n_i(t)]$ ,  $i = 1, 2$ . A informação que esta fornece é limitada pela existência de efeitos *lock-in* (i.e., a distribuição tende à bimodalidade), mas é relevante



para a análise da dinâmica do tempo para extinção. Outra é  $P(n_i(t) = 0)$ ,  $i = 1, 2$ .

Finalmente, a própria distribuição de probabilidade dos estados  $\pi^t = [\pi_{n_1 n_2}(t)] = [\Pr(n_1(t) = n_1, n_2(t) = n_2 \mid n_1(0), n_2(0))]$  ( $n_1 \geq 0, n_2 \geq 0, n_1 + n_2 \leq 0$ ) pode ser examinada. Já que estados são bidimensionais, pode-se ou examinar a distribuição após um dado número de transições ou a evolução de  $\Pr(d_M((n_1, n_2), (n_1(0), n_2(0))), t)$ , onde  $d_M((n_1, n_2), (n_1(0), n_2(0))) = |n_1 - n_1(0)| + |n_2 - n_2(0)|$  é a distância Manhattan (ou em quadras) entre os estados  $(n_1, n_2)$  e  $(n_1(0), n_2(0))$ .

A análise destas medidas para vários tamanhos de mercado confirma as conjecturas levantadas por De Araújo (1995) quanto à aparente estabilidade de estados saturados ou quase-saturados, e também lança mais luz sobre a dinâmica da difusão competitiva. Vejamos alguns resultados de experimentos em computador. A menos que se especifique diferentemente,  $\tau = 1$  em todos eles.

Antes de tudo, o decaimento atravessa duas fases distintas. Na primeira, a distribuição de probabilidade concentra-se em estados que saturam (ou quase) o mercado, com ambas as tecnologias sobrevivendo. A dinâmica nesta fase é relativamente rápida, especialmente quando ambas as tecnologias partem de números iguais, com coeficientes de difusão desiguais; porém, mesmo neste último caso, tipicamente um número de transições várias vezes maior que o tamanho do mercado é necessário para observar-se um deslocamento apreciável. Após esta fase a distribuição se concentra em estados nos quais somente uma tecnologia está presente, mostrando *lock-in* e bimodalidade. Decaimento para extinção é muito lento nesta segunda fase.

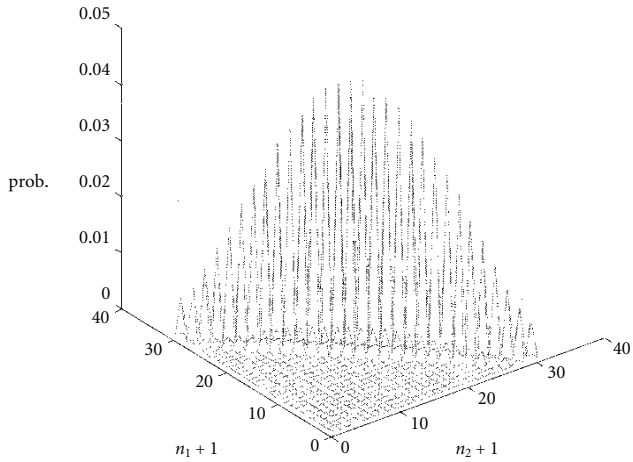
As figuras 3 e 4 mostram as probabilidades de estado num mercado tamanho 30, após 200 transições do estado saturado inicial  $n_1 = 15 = n_2$ . Em ambos os casos  $\mu_1 = \mu_2 = 0.01$ , e  $\alpha_2 = 0.02$ ; denotando  $\beta = \alpha_1/\alpha_2$ , a figura 3 retrata o caso  $\beta = 1$  e figura 4 o caso  $\beta = 2$ . Se estendermos o primeiro caso a 500 transições, obteremos a figura 5, que marca o início da segunda fase.

Durante a primeira fase  $E[n_1]$  permanece constante se  $\beta = 1$  ou aumenta se  $\beta > 1$ , enquanto  $E[n_1 + n_2]$  permanece aproximadamente constante; na segunda fase, ambos  $E[n_1]$  e  $E[n_2]$  parecem quase constantes, embora de fato decresçam muito lentamente. A figura 6 mostra a evolução de  $E[n_1]$  em um mercado de tamanho 10 para 1.000 transições do estado inicial (2, 8),

**FIGURA 3**

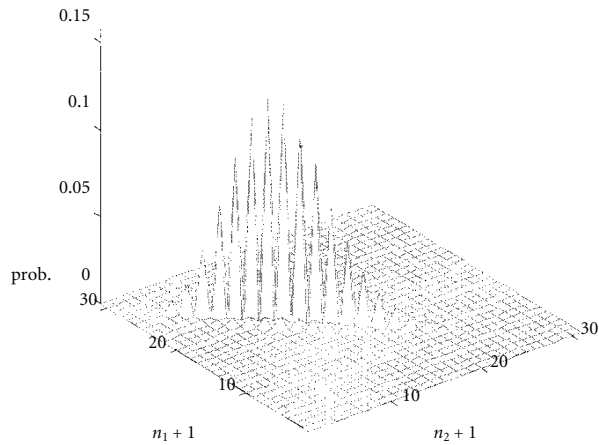
Probabilidades de estado para  $M = 30$  após 200 transições de (15, 15)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 1$$

**FIGURA 4**

Probabilidades de estado após 200 transições do estado inicial (15, 15)

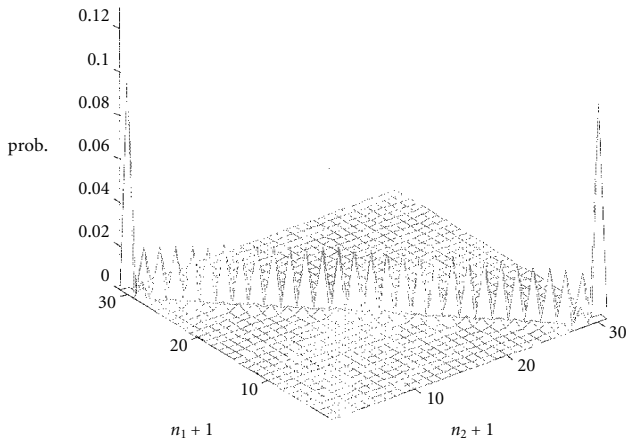
$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$



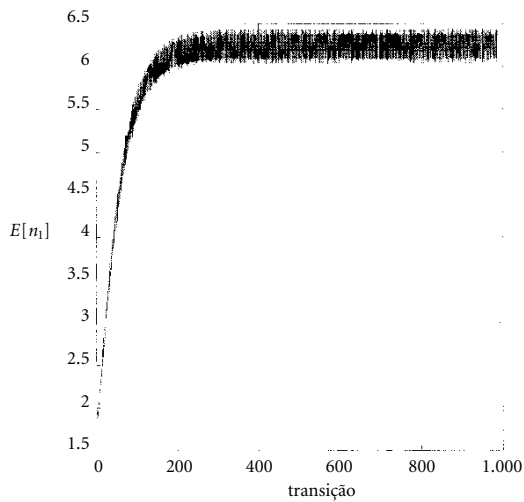
**FIGURA 5**

Probabilidades de estado após 500 transições do estado inicial (15, 15)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 1$$

**FIGURA 6**Evolução de  $E[n_i]$  do estado inicial (2, 8)

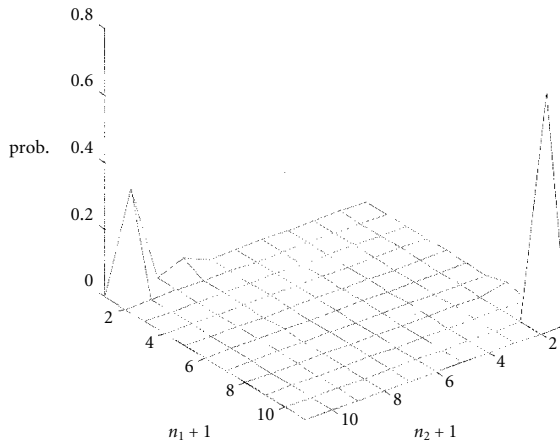
$$M = 10, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$



com os mesmos parâmetros que antes e  $\beta = 2$ , e a figura 7 mostra a distribuição de probabilidade após 1.000 transições para o mesmo caso. Observe que na segunda fase a distribuição é bimodal, e o decaimento é diretamente ligado às taxas de mortalidade; se estas são reduzidas por uma ordem de grandeza, os picos secundários ao longo dos eixos ( $n_1, 0$ ) e ( $0, n_2$ ) na figura 7 quase somem. Em contraste, taxas de mortalidade têm apenas um papel secundário na primeira fase: mudar  $\mu_i$  para 0.0001 nos casos das figuras 3 e 4 dá praticamente os mesmos resultados que antes, embora o tempo esperado para completar 200 transições aumente significativamente.

**FIGURA 7**

Probabilidades de estado após 1.000 transições do estado inicial (2, 8)  
 $M = 10, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$



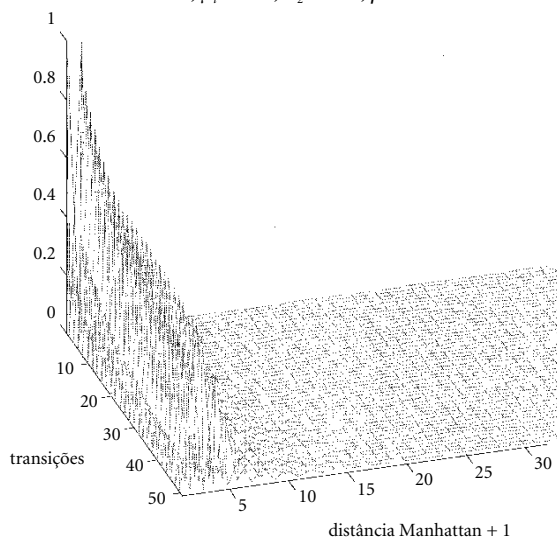
Outro modo de visualizar a evolução da distribuição de probabilidades é com um gráfico da distribuição de probabilidade *versus* a distância Manhattan do estado inicial. As figuras 8 e 9 mostram a evolução de dois casos com os mesmos parâmetros e condições iniciais das figuras 3 e 4. Note que as funções de distribuição estão escalonadas no eixo das transições, já que a probabilidade de voltar a um estado num número ímpar de transições é zero.

O decaimento na segunda fase é mais visível para tamanhos de mercado muito pequenos. A figura 10 mostra  $E[n_2] \times E[n_2]$  para um mercado de

**FIGURA 8**

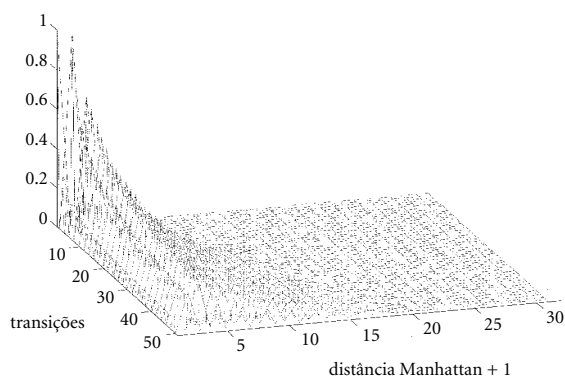
Probabilidades de estado pela distância Manhattan do estado inicial (15, 15)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 1$$

**FIGURA 9**

Probabilidades de estado pela distância Manhattan do estado inicial (15, 15)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$

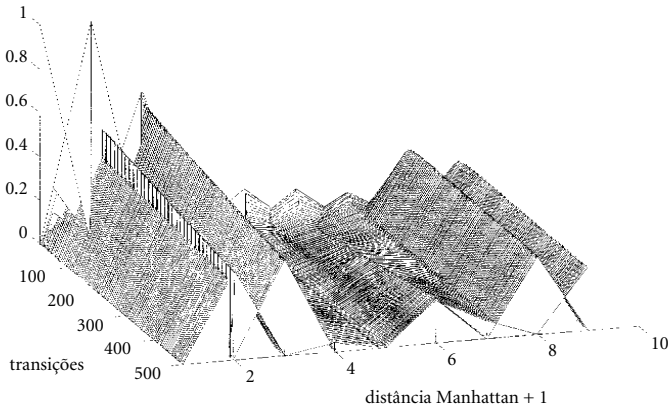


tamanho 5 durante 500 transições de (1, 4),  $\beta = 2, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02$ .  $E[n_1]$  atinge um máximo de 1.704271 na transição 88, como pode-se ver na tabela 2. Aumentar o tamanho de mercado para 7 (+40%) desloca o ponto de máximo aproximadamente por um fator de quatro, como mostra a tabela 3.

**FIGURA 10**

Evolução de distribuições de probabilidade do estado inicial (1,4)

$$M = 5, \mu_1 = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$

**TABELA 2**Máximo de  $E[n_1]$  para  $M = 5, \beta = 2$ 

Estado inicial	(1, 4)	(2, 3)	(3, 2)	(4, 1)
Max $E[n_1(t)]$	1.704271	2.888178	3.6851684	4.2056357
Transição $t$	88	84	80	70

**TABELA 3**Máximo de  $E[n_1]$  para  $M = 7, \beta = 2$ 

Estado inicial	(1, 6)	(2, 5)	(3, 4)	(4, 3)	(5, 2)	(6, 1)
Max $E[n_1(t)]$	2.6150561	4.2590776	5.2685047	5.8744906	6.2307645	6.4363369
Transição $t$	334	330	324	316	306	286

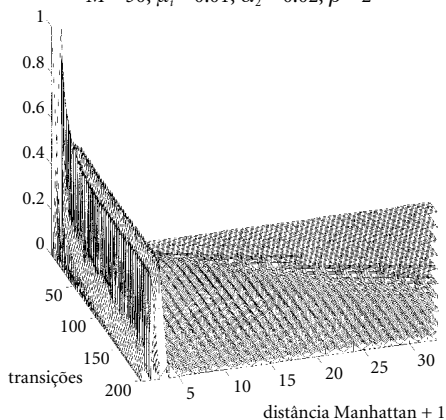
Estas duas tabelas também confirmam que a evolução de distribuições de probabilidade, e por conseguinte a probabilidade de *lock-in* para uma dada tecnologia na fase dois, depende fortemente do estado inicial. Uma comparação da figura 9 com a figura 11 (a qual retrata a evolução do estado (1, 29), outros parâmetros, os mesmos da figura 9) e da figura 4 com a figura 12 mostra esta dependência de modo muito gráfico.

Para resumir: esta e a seção anterior não apenas confirmam a existência de efeitos *lock-in* e dependência de estado; elas também assinalam o fato de que o decaimento de um estado saturado é um fenômeno complexo envol-

**FIGURA 11**

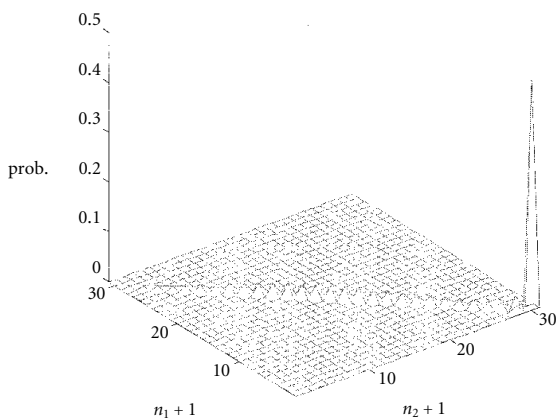
Evolução das probabilidades de estado pela distância Manhattan do estado inicial (1, 29)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$

**FIGURA 12**

Probabilidades de estado após 200 transições do estado inicial (1, 29)

$$M = 30, \mu_i = 0.01, \alpha_2 = 0.02, \beta = 2$$



vendo elevados números de transições e tempos de decaimento, com uma fase de substituição entre estados quase-saturados e uma fase de efetivo decaimento após uma tecnologia extinguir-se.

Mais ainda, os tempos envolvidos nos processos de substituição e decaimento são grandes comparados com o tempo de difusão para se chegar a um estado saturado. Com efeito, como a evolução mais rápida tem lugar

entre estados saturados e quase-saturados (i.e, a fase de substituição), a taxa de transição é dada por  $v = \mu_1 n_1 + \mu_2 (M - n_1)$  ( $= \mu M$  se taxas de mortalidade são iguais) para estados saturados e por  $v = (\alpha_1 + \mu_1) n_1 + (\alpha_2 + \mu_2)(M - n_1)$  para estados a uma transição de saturação. Se taxas de nascimento são iguais para ambas as tecnologias, e taxas de mortalidade igualmente,  $v = (\alpha + \mu)M$  neste caso. Esta é metade da taxa de transição no estado (1, 1), o que significa que o tempo médio entre transições (i.e.,  $1/v$ ) naqueles estados é o dobro daquele nos estágios iniciais da difusão, e muito maior (por um fator da ordem  $M/4$ ) que nos estágios intermediários. Pode ter-se uma idéia das durações envolvidas através de um exemplo simples: o tempo médio entre transições nos estados quase-saturados é cerca de 10% do tempo médio para ir de 1% a 99% de saturação num processo logístico determinístico.<sup>4</sup> Compare por exemplo a figura 8 em De Araújo (1995), que retrata uma simulação do processo.

Em outras palavras, para fins analíticos e de tomada de decisão é muito difícil distinguir empiricamente entre semelhante estado transitório (mas persistente) e um equilíbrio móvel (quase-estável) num mundo em mutação. Isto é, análises deveriam dar muito mais atenção aos processos de tomada de decisão do que às propriedades comparadas de equilíbrios estáticos, a menos que se desenvolvam instrumentos que dispensem hipóteses Paretianas e suas implicações.

### 3. EXTENSÕES E IMPLICAÇÕES DO MODELO

Os resultados acima justificam o tratamento da difusão competitiva a partir de um estado saturado como um processo de substituição, como o fazem Ebeling *et al.*; por outro lado, também mostram que não é necessário “afinar” o modelo para que apareçam comportamentos tipo *lock-in*. Muito pelo contrário, efeitos *lock-in* parecem inseparáveis de um processo competitivo de nascimento e morte em um mercado finito, com ou sem renovação, mesmo na presença de deseconomias de adoção (ver seção 1).

Dado isto, resta-nos outra questão: será possível modelar o surgimento e sucesso de inovações usando o esquema acima? No modelo de Ebeling, o sucesso pode vir de tentativas repetidas, embora o mecanismo para renovação não apresente uma clara *rationale* econômica, como assinala De Araújo



(1995). Mas se rejeitarmos renovação, outras pistas deverão ser buscadas. Ebeling *et al.* apresentam uma quando sugerem que se a substituição é primeiro efetuada num pequeno nicho, suas chances de sobrevivência aumentam. Outra pista é dada por *surveys* como os realizados por De Bresson *et al.* (1994), que notam uma tendência para inovações aglutinarem-se em “cachos” ligando firmas e setores.

Uma dificuldade adicional está na própria rapidez de difusão: no modelo padrão de nascimento e morte esta é proporcional ao tamanho do mercado, de modo que em grandes mercados a defasagem entre inovação e saturação seria quase nula (ver nota 6). Claramente, requer-se uma modificação para aproximar-se do mundo real no que diz respeito à *velocidade* (as seqüências evolutivas não são afetadas). Finalmente, podemos observar que a hipótese de agentes iguais no mercado pode em princípio ser abandonada, às custas de uma definição muito mais complexa do processo de nascimento e morte. Discutamos isto primeiro.

Mais precisamente, suponha que cada agente responde por uma parte distinta do mercado. Mais ainda, suponha que taxas de nascimento e morte são ligadas às frações do mercado já comprometidas e ainda não comprometidas com as duas tecnologias.

Formalmente, há  $N$  agentes; o agente  $i$  controla a fração de mercado  $m_i$ , e  $m_1 + \dots + m_N = M$ . Ademais, sejam  $I_i(t) \subseteq \{1, \dots, N\}$ ,  $i = 1, 2$  e  $I_1(t) \cap I_2(t) = \emptyset$  os conjuntos de agentes que adotaram a tecnologia  $i$  ao tempo  $t$ . Seja também

$$M_i(t) = \sum_{j \in I_i(t)} m_j$$

o mercado comprometido com a tecnologia  $i$  em  $t$ . Se anotamos  $\{1, \dots, N\} = EM$ , o modelo de nascimento e morte pode ser reescrito como um processo de Markov *multi*-dimensional, como segue.

- (Nascimentos) Se ao tempo  $t$  o agente  $j \in EM - I_1(t) - I_2(t)$ , a probabilidade de que ele adote a tecnologia  $i$  no intervalo  $(t, t + h)$  é  $\lambda_{ij} M_i^\tau(t) h + o(h)$ , e  $\text{Pr}[2 \text{ ou mais adoções em } (t, t + h)] = o(h)$ . Nisto,  $\tau$  é o parâmetro de economias ou deseconomias de adoção;  $\lambda_{ij}$  pode variar com o agente (uma escolha possível é  $\lambda_{ij} = \alpha_i m_j$ ; neste caso, agentes maiores tendem a escolher antes). A probabilidade de aumento em  $M_i(t)$  durante o intervalo  $[t, t + h)$  é então  $M_i^\tau(t) \sum \{\lambda_{ij} | j \in EM - I_1(t) - I_2(t)\} + o(h)$ . Isto re-

duz-se a  $\alpha_i M_i^T(t) [M - M_1(t) - M_2(t)] + o(h)$  se  $\lambda_{ij} = \alpha_i m_j$ , similarmente ao caso de agentes iguais. Note apenas que agora aumentos serão desiguais em tamanho.

- (Mortes) Se ao tempo  $t$  o agente  $j \in I_i(t)$ , a probabilidade de que ele abandonará a tecnologia  $i$  no intervalo  $(t, t+h)$  é  $\mu_{ij}(m_j, M_i(t))h + o(h)$ . Se escolhermos  $\mu_{ij} = \mu_i m_j$ , recaímos igualmente em resultados similares ao caso simples de agentes iguais.

O processo modificado tem aspectos interessantes. Antes de tudo, a dependência de trajetória (e a complexidade do sistema!) é acentuada, já que agora existem  $3^N$  estados (em vez de  $(N+1)(N+2)/2$  se cada agente responde por parte igual do mercado). Por outro lado, coalizões de pequenos números de agentes de grande porte são mais prováveis de ocorrer que coalizões de grandes números de pequenos agentes. Outro aspecto é que se  $\lambda_{ij}$  e  $\mu_{ij}$  são escolhidos como acima, vários (embora provavelmente não todos) resultados do modelo simples de nascimento e morte poderão ser estendidos. *Isto sugere que uma inovação tem muito mais chances de êxito se uma coalizão de grandes atores (ligações interfirmas) a endossa.*

Outra possibilidade se abre quando se consideram ligações intersetoriais. Neste caso existem vários mercados que intercambiam seus produtos. Do mesmo modo, uma coalizão de grandes atores através de setores em torno de uma inovação que afeta seus vários mercados aumenta as chances de sobrevivência dessa inovação. Finalmente, uma coalizão em um novo mercado (i.e., longe da saturação) pode dar a uma inovação uma vantagem decisiva sobre uma tecnologia concorrente. Vem à mente o lançamento do IBM PC, o qual efetivamente deslocou a Apple pelo peso da Big Blue,<sup>5</sup> e a luta Betamax v. VHS, na qual a coalizão formada em torno da segunda alternativa melhorou suas chances e acabou por torná-la vitoriosa.

Passando a outro ponto, um tratamento mais correto da rapidez de difusão requer a introdução de limites superiores, devidos a defasagens na expansão da capacidade produtiva. Com efeito, o modelo simples supõe que uma adoção é instantaneamente satisfeita; no mundo real, entretanto, existem limites à oferta. Ademais, a expansão da oferta implica decisões de fabricantes que devem levar em conta as perspectivas do mercado. Por outro lado, o conhecimento desses limites pode influenciar a decisão de adota-

dores em potencial. Um caso exemplar ocorreu no Programa Nacional do Álcool (Proálcool). Após começar a segunda fase, com a introdução de veículos a álcool hidratado, a febre inicial de adoção ultrapassaria a capacidade por volta de 1982 ou 1983; assim que os consumidores perceberam isto, começaram a rejeitar os carros a álcool. Os eventos que se seguiram são hoje história, e são tratados alhures; ver por exemplo De Araújo (1986), De Araújo e De Oliveira (1987). A introdução desse comportamento implica em considerações de custos e riscos, como para o próprio processo de inovação, além de limites e hiatos na expansão da capacidade produtiva.

Mais ainda, um modelo de processos de inovação deveria endogeneizar as considerações acima de riscos e custos (cf. Rosenberg, 1994), bem como interações interfirmas e intersetoriais. Em outras palavras, deverá exibir algum grau de auto-organização. Embora modelos complexos como o de Silverberg *et al.* (1988) possam ser intratáveis para modelização estocástica, alguma formalização mais simples poderá dar resultados úteis. Isto será tema de outro artigo em preparação.

#### RESUMO

Este trabalho explora questões ligadas a processos estocásticos de difusão tecnológica,<sup>6</sup> analisando seu comportamento dinâmico, e particularmente a existência de quase-equilíbrios transitórios porém persistentes; discute ainda extensões do modelo. Este trata a difusão de duas tecnologias em competição como um processo de nascimento e morte; neste trabalho aprofundamos questões levantadas em trabalho anterior do autor. Também discutimos requisitos para um modelo de mudança evolucionária levando em conta sugestões de outros autores,<sup>7</sup> bem como relações intersetoriais para dar conta de relações observadas entre ligações intersetoriais e atividade inovativa.<sup>8</sup>

#### ABSTRACT

This work explores issues in stochastic technology diffusion processes, analysing their dynamic behaviour and particularly the existence of transitional but persistent quasi-equilibria; it also discusses extensions of the model. This approaches the competitive diffusion of two technologies as a birth-and-death process; in this work we look deeper into issues raised by a

previous paper by the author. We also discuss requirements for an evolutionary model, incorporating suggestions of other authors, as well as inter-sector relationships to account for observed relationships between inter-sector linkages and innovative activity.

#### NOTAS

1. Parte deste texto foi submetida ao XIV Latin American Meeting of the Econometric Society, 1996.
2. A redução direta do processo de nascimento e morte irrestrito a um processo de substituição em estados saturados (restringindo-nos a transições em dois passos) leva a probabilidades de transição *aproximadamente* da forma  $\alpha_1\mu_2/(\alpha_1\mu_2 + \alpha_2\mu_1)$  e  $\alpha_2\mu_1/(\alpha_1\mu_2 + \alpha_2\mu_1)$  do estado  $(n, M - n)$  aos estados  $(n + 1, M - n - 1)$  e  $(n - 1, M - n + 1)$  respectivamente. Ebeling *et al.*, por outro lado, usam as formas  $k\lambda_1 n^2 (M - n)$  e  $k\lambda_2 n (M - n)^2$  para as mesmas probabilidades de transição para acentuar aceleração e hiperseleção. Em outras palavras, seu modelo é construído para apresentar efeitos *lock-in*.
3. Uma descontinuidade achada em De Araújo (1995) devia-se ao programa de computador usado, que não tratava corretamente as deseconomias de adoção ( $\tau \leq 0$ ). Corrigida a falha, a descontinuidade desapareceu.
4. O tempo para ir de 1% a 99% de saturação na difusão determinística é  $9.19/(\alpha M)$ , e de 0.1% a 99.9% é  $13.81/(\alpha M)$ . Em comparação, o tempo médio entre transições na fase de substituição é  $1/[M(\alpha + \mu)]$ .
5. Quem acompanhou a evolução dos microcomputadores recordará que quando o IBM PC foi lançado o antigo padrão da indústria (Intel 8080 + CP/M) estava sendo erodido pela novata Apple. Os pontos enfatizados na época em resenhas de revistas especializadas foram os pontos bons da nova máquina e o peso da IBM. O lançamento do Mackintosh (em geral aceito como a melhor máquina) pela Apple veio tarde demais para virar o jogo.
6. J. L. de Araújo, Are technology diffusion processes inherently historical?, *Technological Forecasting and Social Change*, April 1995.
7. W. Ebeling e M. A. Jiménez Montaña, A stochastic evolutionary model of technological change, *Collective Phenomena* 3, p. 107-114, 1980. Também E. Bruckner, W. Ebeling, M. A. Jiménez Montaña e A. Scharnhorst, Hyperselection and Innovation Described by a Stochastic Model of Technological Evolution, in *Evolutionary Economics and Chaos Theory*, L. Leydesdorff e P. Van den Besselaar (eds.), Londres, Pinter, 1994.
8. Cf. C. DeBresson, G. Sirilli, X. Hu e F. Kwan Luk, Structure e location of innovative activity in the Italian economy, 1981-85, *Economic Systems Research* 6(2), 1994.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARTHUR, W. B. (1989) Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-In by Historical Events. *The Economic Journal*, 99, p. 116-131.

- ARTHUR, W. B., ERMOLIEV, Yu, KANIOVSKI, Yu. (1987) Path-Dependent Processes and the Emergence of Macro-Structure. *European Journal of Operational Research*, 30, p. 294-303.
- BRUCKNER, E. *et al.* (1994) Hyperselection and Innovation Described by a Stochastic Model of Technological Evolution. In : LEYDESDORFF, L., VAN DEN BESSELAAR, P. (eds.) *Evolutionary Economics and Chaos Theory*. Londres : Pinter.
- CAMERON, H. M., METCALFE, J. S. (1987) On the Economics of Technological Substitution. *Technological Forecasting and Social Change*, 32, p. 147-162.
- DE ARAÚJO, J. L. (1986) *Brazil: Alcohol at the Crossroads*. Proceedings of the II World Conference on Energy and Agriculture, Sirmione, Italy.
- . (1995) Are technology diffusion processes inherently historical?. *Technological Forecasting and Social Change*, April.
- , DE OLIVEIRA, A. (1987) *O Programa Nacional do Alcool no cenário energético nacional*. Annals of the IV Brazilian Energy Congress, Rio de Janeiro.
- DEBRESSON, C. *et al.* (1994) Structure and location of innovative activity in the Italian economy, 1981-85. *Economic Systems Research* 6(2).
- EBELING, W., JIMÉNEZ MONTAÑO, M. A. (1980) A Stochastic Model of Technological Change. *Collective Phenomena* 3, p. 107-114.
- KRUGMAN, P. (1994) *Peddling Prosperity: Economic Sense and Nonsense in the Age of Diminished Expectations*. Nova York e Londres : W. W. Norton and Company.
- ROSENBERG, N. (1994) *Exploring the black box: Technology, economics and history*. Cambridge, UK : Cambridge University Press.
- ROSS, S. M. (1983) *Stochastic Processes*. Nova York : John Wiley & Sons.
- SILVERBERG, G., DOSI, G., ORSENIGO, L. (1988) Innovation, diversity and diffusion: a self-organization model. *The Economic Journal*, 98, December, p. 1.032-1.054.