

## Análise da influência do formato de elemento de concreto e propriedades de fibras de aço na tenacidade à flexão

### Analysis of influence of concrete element format and properties steel fibers on flexural toughness

Marco Antonio Barbosa de Oliveira<sup>1</sup>, Edson Marcos Leal Soares Ramos<sup>2</sup>,  
Dênio Ramam Carvalho de Oliveira<sup>2</sup>, Bernardo Borges Pompeu Neto<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, *Campus* Belém. Belém, PA, Brasil.  
e-mail: marco.barbosa@ifpa.edu.br

<sup>2</sup>Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Belém, PA, Brasil.  
e-mail: ramosedson@gmail.com

<sup>3</sup>Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, PA, Brasil.  
e-mail: denio@ufpa.br; pompeu@ufpa.br

---

#### RESUMO

Estudos de caracterização do concreto com fibras de aço a partir do ensaio de tração à flexão de prismas para obtenção da tenacidade à flexão têm sido realizados para parametrização do comportamento mecânico de tubos de concreto com fibras de aço. O objetivo do estudo é ajustar curvas para modelar a estimativa da tenacidade à flexão de tubo de concreto em função da tenacidade à flexão de prismas de concreto, ambos com fibras de aço orientadas de modo randômico e, ainda verificar se há ou não diferença estatisticamente significativa entre médias de tenacidade à flexão quando comparados Formato de Elemento de Concreto (Tubo ou Prisma), e as propriedades de fibras de aço: Fator de Forma (65 ou 80), Estado (Solta ou Colada em Pente) e Consumos Teóricos de Fibras (0,25% ou 0,38% ou 0,50%). Foram ajustadas curvas para modelar a tenacidades dos tubos de concreto com fibras de aço em função da tenacidade à flexão de prismas, sendo possível observar que quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo. A análise de variância foi utilizada para avaliar a existência ou não de diferença estatisticamente significativa entre os valores médios de tenacidade, quando comparadas as categorias das variáveis individualmente e suas associações duplas, triplas e quádruplas. De modo individual constatou-se que não existe diferença estatisticamente significativa entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparados Formato de Elemento de Concreto, porém, há diferença estatisticamente significativa entre os valores médios da tenacidade à flexão quando comparados: (i) Fator de Forma, (ii) Estado e (iii) Consumo Teórico de Fibra. Houve influência nos valores médios de tenacidade à flexão com diferença estaticamente significativos, quando realizamos associações entre os diferentes níveis de fatores de forma, estados e consumos teóricos de fibras.

**Palavras-chave:**tenacidade, elemento, fibras, curva, análise de variância.

---

#### ABSTRACT

Concrete characterizing studies with steel fibers starting from the assay of the traction on flexural of prisms to obtain the toughness flexural have being done to the parameterization of the mechanic behavior of concrete pipes with steel fibers. The study aim is to adjust curves modeling the toughness estimates to the flex on concrete pipes in function to the toughness flexural on prims, both with steel fibers randomly oriented and moreover verify if there is or there is not significant statistic difference among toughness average to flexural when compared to the concrete element form (pipe or prism), and the priorities of steel fibers: Form Factor (65 or 80), State (free or joined to the basis comb) and theoretical fiber consumptions (0,25% or 0,38% or 0,50%). Curves were adjusted modeling the concrete pipe toughness with steel fibers in function of prism flexural toughness, being possible to observe that larger is the prism flexural toughness the larger will be the pipe flexural toughness. The analysis of variance was used to evaluate the existence or not of

significant statistic difference among double or triple or quadruples associations. It was individually found that there is not significant statistic difference among the average values of toughness flexural, when compared concrete elements forms, however, there is significant statistic average values of toughness flexural when compared: (i) Form Factor; (ii) State and (iii) Theoretical Fiber Consumption. There was influence on the average values of flexural toughness when we make associations among the different levels of form factors, state and theoretical consumptions on fibers.

**Keywords:** toughness, element, fibers, curve, analysis of variance.

---

## 1. INTRODUÇÃO

As propriedades do concreto reforçado com fibras dependem das características da matriz cimentícia e do tipo e da geometria da fibra [1]. A adição de fibras de aço ao concreto vem sendo aplicadas em estradas, pisos industriais, revestimentos de túneis, estruturas de concreto armado, entre outras [2]. Monte[3] mostrou diferentes níveis de instabilidade, que são mais pronunciados em baixos consumos de fibras. Essa instabilidade pós-pico ou pós-fissuração apresenta-se mais significativa no ensaio de flexão realizado em sistema de controle aberto (*open-loop*), por exemplo, pela Norma Japonesa JSCE SF-4 [4], quando utilizado baixo consumo de fibras, níveis de deslocamento e abertura de fissura. Segundo ISLAM [5] no sistema de circuito aberto não existe um *feedback* de controle e ajuste da máquina de ensaio, que pode acarretar durante a realização do ensaio um modelo de resposta indesejada na região de pós-fissuração e pós-ruptura da matriz, quando as fibras atuam por ancoragem e aderência.

MILONE [6] afirma que a análise de variância (ANOVA) é uma técnica estatística que possibilita a avaliação de diferença significativa entre as médias das amostras. CASELLA [7] utilizou a análise de variância para avaliar a variabilidade das médias. AMARAL JUNIOR [8] obteve a partir da análise de variância que os valores de médias de tenacidade à flexão entre concreto sem fibras e com fibras de aço apresentam diferença estatisticamente significativa. FIGUEIREDO *et. al.* [9] considerou que as características da fibra e da matriz de concreto influenciam no comportamento do concreto reforçado com fibras. O controle do consumo de fibras exerce de modo indireto controle de desempenho do concreto reforçado com fibras para aplicação de pré-moldados, em particular, tubos de concreto reforçado com fibras [10]. Em alguns estudos realizados [11-13] foi possível observar que o reforço com fibras melhorou o desempenho estrutural dos tubos de concreto a partir do ganho de tenacidade, ductilidade e absorção de energia com aumento da área da curva versus deslocamento do tubo de concreto. O controle de utilização da fibra no tubo de concreto ocorre por meio do ensaio de compressão diametral [14]. Buscou-se correlação do comportamento mecânico do tubo de concreto com tenacidade obtida no corpo de prova prismático, no entanto foi prejudicada pela a dificuldade na produção de corpo de prova prismático [15].

Este estudo tem a finalidade de contribuir na análise da tenacidade à flexão a partir de diferentes formatos de elemento de concreto (Tubo ou Prisma) e propriedades da fibra (Fator de Forma, Estado e Consumo Teórico de Fibras). A partir das médias de tenacidade à flexão obtidas da curva carga *versus* deslocamento específico de tubo e prisma, ambos de concreto com fibras de aço orientadas de modo randômico, foram realizadas correlações estatísticas entre formatos de elementos de concreto, considerando as propriedades das fibras de aço, bem como, diferenças significativas estatísticas de médias de tenacidade à flexão entre formato de elemento e propriedades de fibras. O objetivo geral do estudo visa obter curvas ajustadas para modelar a estimativa da tenacidade à flexão do tubo em função da tenacidade à flexão do prisma. E ainda analisar se há ou não diferença estatisticamente significativa entre médias de tenacidade à flexão quando comparados Formato de Elemento de Concreto (Tubo ou Prisma) ou propriedades das fibras de aço: Fator de forma (65 ou 80), Estado (Solta ou Colada em Pente) e Consumo Teórico de Fibra (0,25% ou 0,38% ou 0,50%), por meio de Análise de Variância (ANOVA), quando comparadas as categorias das variáveis de modo individual e suas associações duplas, triplas e quádruplas.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa tem natureza quantitativa, aplicada, pois, objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e, experimental, pois, segue um planejamento rigoroso. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu em parte na planta de fábrica e laboratório da UFFa. Foram consideradas as seguintes informações sobre as variáveis em estudo: houve a utilização de fibras de aço da DRAMIX® 3D do tipo *hooked-end* com fator de forma (80 ou 65), no estado (solta ou colada em pente) e consumo teóricos (0,25% ou 0,38% ou 0,50%), em função de estudos anteriores (por exemplo, CECS [16], OZCAN *et. al.* [17], NING *et. al.* [18], DE LA FUENTE *et. al.* [19], ANDRIICHUK *et. al.* [20]).

Os prismas de concreto com fibras de aço possuem dimensões de 150 mm x 150 mm x 500 mm moldados em formas de madeira compensada plastificada com adensamento mecânico em mesa vibratória e cura com imersão no tanque de água com solução saturada de hidróxido de cálcio até momento de ensaio aos 28 dias de idade, conforme a ABNT NBR 5738 [21]. Os tubos de concreto com fibras de aço possuem especificação com diâmetro de 600 mm, espessura de parede de 60 mm e comprimento útil de 1000 mm do tipo ponta e bolsa para águas pluviais. A moldagem e adensamento mecânico ocorreram no equipamento constituído de moldes laterais metálicos e cilindro de vibração com compressão radial. Logo em seguida ao adensamento mecânico houve a retirada dos moldes laterais dos tubos recém-moldados quando separados entre si foram acondicionados no pátio para processo de cura por 28 dias.

Os prismas de concreto com fibras de aço foram submetidos ao ensaio de tração na flexão, conforme a Norma Japonesa JSCE-SF4 [4] e os tubos de concreto com fibras de aço ao ensaio de compressão diametral, de acordo com a ABNT NBR 8890 [22]. Os resultados de tenacidade à flexão de tubos e prismas, ambos de concreto com fibras de aço orientadas de modo randômico, são provenientes de estudo experimental, sendo obtida a partir da curva de carga versus deslocamento, com deslocamento específico de 3,0 mm. Para a análise estatística utilizou-se o programa SPSS, versão 24.0. Inicialmente, foi realizado ajuste de curvas para modelar a estimativa da tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço em função da tenacidade à flexão do prisma com fibra de aço. No processo de modelagem foram consideradas as seguintes propriedades das fibras de aço: fator de forma, estado e consumo teórico, geral e também suas categorias, isto é, fator de forma (80 ou 65), no estado (solta ou colada em pente) e consumo teóricos (0,25% ou 0,38% ou 0,50%). Foram ajustados modelos do tipo linear, quadrático, cúbico, potência e exponencial.

Os melhores modelos foram aqueles que apresentaram maior coeficiente de explicação ( $R^2$ ) e menor número de termos (mais parcimonioso). Em seguida para se verificar se havia ou não influência das variáveis e se suas categorias na tenacidade à flexão utilizou-se a análise de variância (ANOVA), por exemplo, para saber se há diferença entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparados os fatores de forma 65 e 80. Foram comparadas as categorias das variáveis individualmente e suas associações duplas, triplas e quádruplas.

Quando encontrada diferenças estatísticas, o teste de *Tukey* foi utilizado para verificar o efeito das categorias de variáveis: Formato do Elemento de concreto, Fator de Forma, Estado, Consumo Teórico de Fibras na variável Tenacidade à flexão. Foi adotado um nível de confiança de 95% e erro aceitável de significância  $\alpha = 5\%$  para todos os testes realizados.

### 3. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

#### 3.1 Análises de modelo

Houve ajustes de curvas para modelar as tenacidades dos tubos de concreto com fibras de aço (variável dependente  $y$ ), em função da tenacidade à flexão de prismas (variável independente  $x$ ). Nos modelos desenvolvidos observaram-se valores de  $R^2$  próximos, logo, como critério de decisão optou-se pelo modelo mais parcimonioso que é o linear. Segundo MILES E SHEVLIN [23] tem-se um modelo parcimonioso, quando há menor número de termos possíveis para explicar maior quantidade de variância, sendo possível ter um comportamento bem explicado da variável resposta. A Tabela 1 e a Figura 1 foram geradas a partir da modelagem da tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ), considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras, fatores de forma e estados. O modelo mais parcimonioso corresponde à equação linear:  $y = -2,996 + 1,060 * x$ . Como o valor de  $b_1$  é positivo, isto é,  $b_1 = 1,060$ , então quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo, conforme apresentado na Tabela 1.

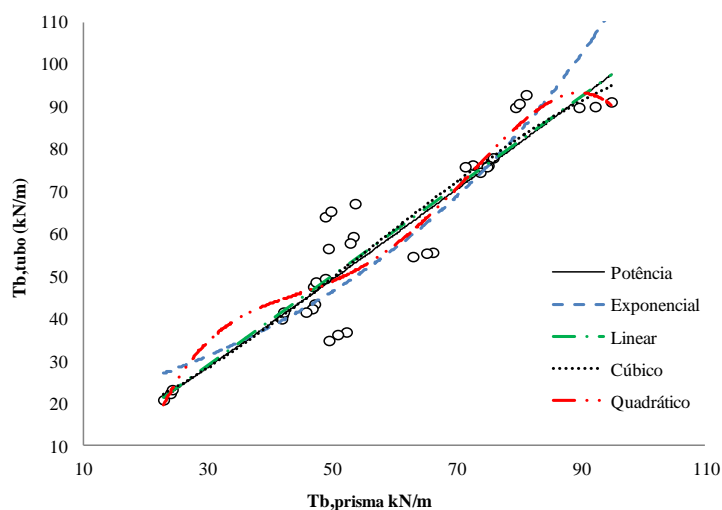
A Tabela 2 e Figura 2 demonstram a modelagem da tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ), considerando apenas para o fator de forma de 65, mas mantendo-se, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados. O modelo mais parcimonioso equivale à equação linear:  $y = 4,918 + 0,827 * x$ . Como o valor de  $b_1$  é positivo, isto é,  $b_1 = 0,827$ , então quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo, segundo apresentado na Tabela 2. A modelagem da tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ), tão somente para o fator de forma de 80, mas mantendo-se, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados está apresentada na Tabela 3 e mostrada na Figura 3. O modelo mais parcimonioso a partir da equação linear:  $y = 8,664 + 0,936 * x$ . Como o valor de  $b_1$  é positivo, isto é,  $b_1 = 0,936$ , então quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo, de acordo com

o apresentado na Tabela 3.

Ao modelar da tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ), unicamente para estado solta, mas mantendo-se, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma obtiveram-se a Tabela 4 e Figura 4. O modelo mais parcimonioso refere-se à equação linear:  $y = 5,035 + 0,919 \cdot x$ . Como o valor de  $b_1$  é positivo, isto é,  $b_1 = 0,919$ , então quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo, conforme apresentado na Tabela 4. Na modelagem da tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ), somente ao estado colada em pente, mas mantendo-se, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma obtendo-se a Tabela 5 e Figura 5. O modelo mais parcimonioso remete à equação linear:  $y = -8,200 + 1,179 \cdot x$ . Como o valor de  $b_1$  é positivo, isto é,  $b_1 = 1,179$ , então quanto maior a tenacidade à flexão do prisma, maior será a tenacidade à flexão do tubo, em consonância com a Tabela 5.

**Tabela 1:** Estatísticas resultantes do processo de modelagem para estimar a  $T_{b,tubo}$  em função da  $T_{b,prisma}$ , considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras, estados e fatores de forma.

EQUAÇÃO	SUMARIZAÇÃO DO MODELO		ESTIMATIVAS DE PARÂMETRO			
	R <sup>2</sup>	p-valor	CONSTANTE	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Linear	0,864	0,000	-2,996	1,060		
Quadrático	0,864	0,000	-4,193	1,105	0,000	
Cúbico	0,866	0,000	10,780	0,148	0,018	0,000
Potência	0,871	0,000	0,759	1,067		
Exponencial	0,830	0,000	17,269	0,020		

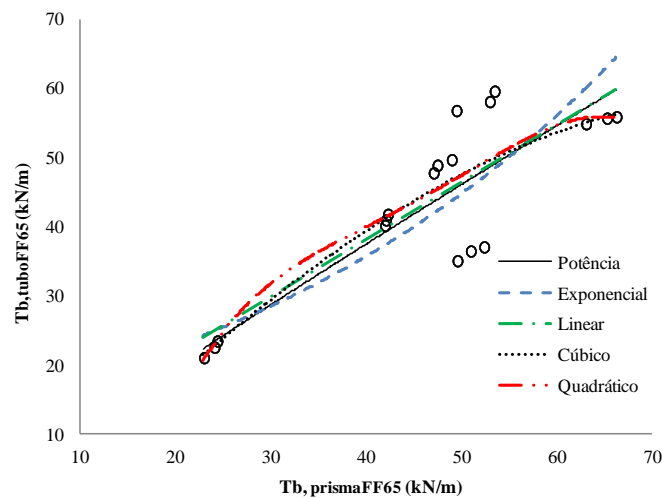


**Nota:**  $T_{b,tubo}$  – Tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço;  $T_{b,prisma}$  – Tenacidade à flexão do prisma de concreto com fibras de aço.

**Figura 1:** Diagrama de dispersão e curvas ajustadas, a partir do modelo para estimar a  $T_{b,tubo}$  em função da  $T_{b,prisma}$ , considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras, estados e fatores de forma.

**Tabela 2:** Estatísticas resultantes do processo de modelagem para estimar a  $T_{b,tubo}$  em função da  $T_{b,prisma}$ , somente para FF/65, considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados .

EQUAÇÃO	SUMARIZAÇÃO DO MODELO		ESTIMATIVAS DE PARÂMETRO			
	R <sup>2</sup>	p-valor	CONSTANTE	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Linear	0,711	0,000	4,918	0,827		
Quadrático	0,733	0,000	-11,964	1,680	-0,010	
Cúbico	0,733	0,000	-6,626	1,264	0,000	-7,221e-05
Potência	0,805	0,000	1,229	0,926		
Exponencial	0,753	0,000	14,488	0,023		

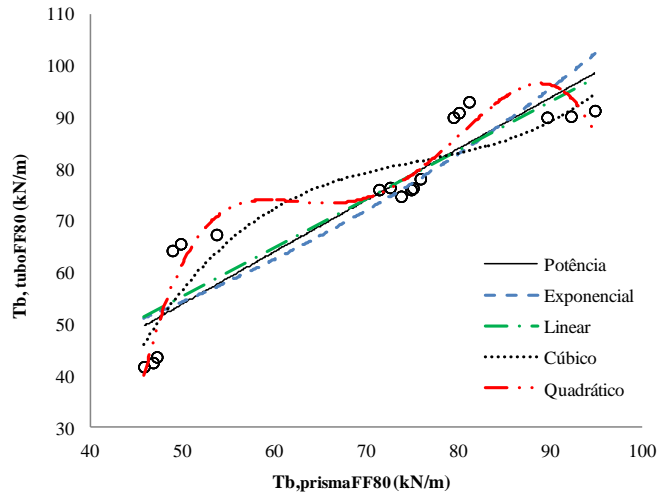


**Nota:**  $T_{b,tuboFF/65}$  – Tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço com fator de forma de 65;  $T_{b,prismaFF/65}$  – Tenacidade à flexão do prisma de concreto com fibras de aço com fator de forma de 65.

**Figura 2:** Diagrama de dispersão e curvas ajustadas, a partir do modelo para estimar a  $T_{b,tubo FF/65}$  em função da  $T_{b,prisma FF/65}$ , somente para FF/65, considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados.

**Tabela 3:** Estatísticas resultantes do processo de modelagem para estimar a  $T_{b,tubo FF/80}$  em função da  $T_{b,prisma FF/80}$ , somente para FF/80, considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados.

EQUAÇÃO	SUMARIZAÇÃO DO MODELO		ESTIMATIVAS DO PARÂMETRO			
	R <sup>2</sup>	p-valor	CONSTANTE	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Linear	0,834	0,000	8,664	0,936		
Quadrático	0,858	0,000	-42,068	2,524	-0,012	
Cúbico	0,858	0,000	-42,068	2,524	-0,012	0,000
Potência	0,814	0,000	1,354	0,942		
Exponencial	0,782	0,000	26,801	0,014		

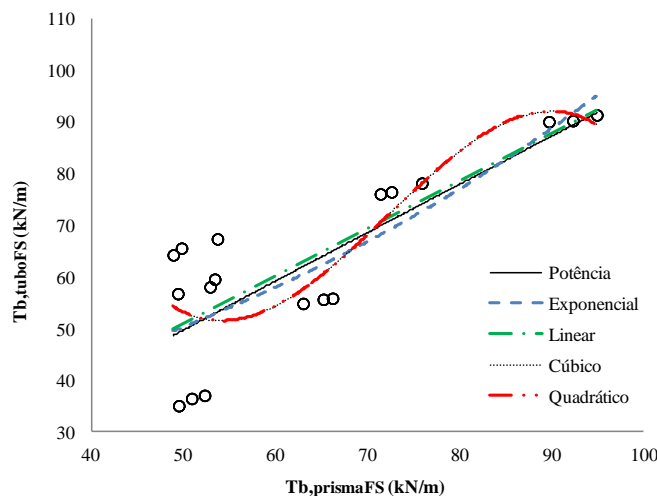


**Nota:**  $T_{b, tuboFF/80}$  – Tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço com fator de forma de 80;  $T_{b,prismaFF/80}$  – Tenacidade à flexão do prisma de concreto com fibras de aço com fator de forma de 80.

**Figura 3:** Diagrama de dispersão e curvas ajustadas, a partir do modelo para estimar a  $T_{b,tubo}$  em função da  $T_{b,prisma}$ , somente para FF/80, considerando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e estados.

**Tabela 4:** Estatísticas resultantes do processo de modelagem para estimar a  $T_{b,tuboFS}$  em função da  $T_{b,prismaFS}$ , apenas do FES/S, observando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma.

EQUAÇÃO	SUMARIZAÇÃO DO MODELO		ESTIMATIVAS DE PARÂMETRO			
	R <sup>2</sup>	p-valor	CONSTANTE	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Linear	0,672	0,000	5,035	0,919		
Quadrático	0,677	0,000	35,463	0,002	0,007	
Cúbico	0,677	0,000	33,653	0,000	0,008	-1,144e-05
Potência	0,556	0,000	1,176	0,957		
Exponencial	0,562	0,000	24,783	0,014		

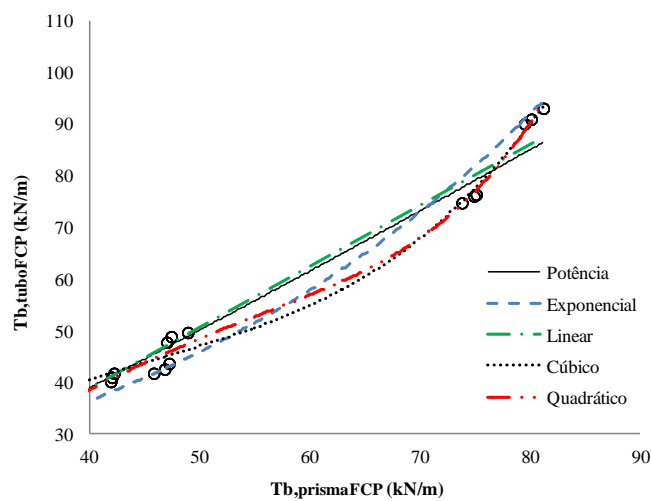


**Nota:**  $T_{b, tuboFS}$  – Tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço solta;  $T_{b,prismaFS}$  – Tenacidade à flexão do prisma de concreto com fibras de aço solta.

**Figura 4:** Diagrama de dispersão e curvas ajustadas, a partir do modelo para estimar a  $T_{b,tuboFS}$  em função da  $T_{b,prismaFS}$ , apenas do EST/S, observando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma.

**Tabela 5:** Estatísticas resultantes do processo de modelagem para estimar a  $T_{b,tubo\ FCP}$  em função da  $T_{b,prisma\ FCP}$ , apenas do EST/CP, analisando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma.

EQUAÇÃO	SUMARIZAÇÃO DO MODELO		ESTIMATIVAS DE PARÂMETRO			
	R <sup>2</sup>	p-valor	CONSTANTE	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>
Linear	0,980	0,000	-8,200	1,179		
Quadrático	0,987	0,000	6,814	0,540	0,006	
Cúbico	0,987	0,000	6,814	0,540	0,006	0,000
Potência	0,988	0,000	0,616	1,124		
Exponencial	0,971	0,000	14,416	0,023		



**Nota:**  $T_{b,tubo\ FCP}$  – Tenacidade à flexão do tubo de concreto com fibras de aço colada pente;  $T_{b,prisma\ FCP}$  – Tenacidade à flexão do prisma de concreto com fibras de aço colada em solta.

**Figura 5:** Diagrama de dispersão e curvas ajustadas, a partir do modelo para estimar a  $T_{b,tubo\ FCP}$  em função da  $T_{b,prisma\ FCP}$ , apenas do EST/CP, analisando, sem a categorização, todos os consumos teóricos de fibras e fatores de forma.

Dentre os resultados dos modelos e diagrama de dispersão observa-se que em todos houve correlação crescente entre a tenacidade à flexão de tubos e prismas de concreto com fibras de aço. Notou-se em todas as equações que a sumarização do modelo, o valor de R<sup>2</sup> apresentou maiores valores médios de tenacidade à flexão quando utilizada fibra de aço no estado colada em pente em relação fibra no estado solta. Isto pode ser explicado pela menor dispersão de resultados médios de tenacidade à flexão entre tubos e prismas de concreto com fibra de aço no estado colada em pente, a partir a ação similar como ponte de transferência das fibras de aço no estado colada em pente quando solicitadas nos ensaios de tubos e prismas de concreto. Constataram-se em todas as equações que a sumarização do modelo R<sup>2</sup> obteve maiores resultados quando utilizadas fibras de aço com fator de forma de 80 em comparação ao fator de forma de 65. Tal fato pode ter ocorrido pelo similar resultado de absorção de energia entre a tenacidade à flexão dos tubos e prismas de concreto com fibras de aço com fator de forma de 80.

Na pesquisa com prismas com fibras de aço de fator de forma de 67 com volumes teóricos de 0,32%, 0,45% e 0,51%, obteve-se valor de R<sup>2</sup> > 0,99 a partir de correlação entre fator de tenacidade e consumo teórico de fibras [24]. No estudo desenvolvido por ESWARI *et. al.*[25] com prismas de concreto de dimensões de 100 mm x 100 mm x 500 mm com fibras de aço de fator de forma de 60 com volumes teóricos de 0,5%, 1,0%, 1,5% e 2,0% obteve-se acréscimo da tenacidade à flexão em todos os volumes teóricos de fibras de aço incorporadas, no entanto foi mais acentuada para o volume de 2,0% que atingiu 19,27%. Em que a partir de análise de regressão linear multivariada dos dados de tenacidade à flexão e previsões de equações de regressão dos parâmetros foi possível apontar uma proposta de estimativa razoável (R<sup>2</sup> > 0,90)



dos valores de predição dos resultados previstos e experimentais de tenacidade à flexão.

### 3.2 Análise Variância

A análise de variância (ANOVA) foi realizada, inicialmente, para avaliar a existência ou não de diferença estatisticamente significativa entre os valores médios de tenacidade, quando comparadas, individualmente, as categorias das variáveis: (i) Elementos; (ii) Fator de forma; (iii) Estados e (iv) Consumo teórico de fibras. Em seguida, foi avaliada a existência ou não de diferença estatisticamente significativa entre os valores médios de tenacidade quando comparadas as associações duplas das categorias das variáveis do estudo, como por exemplo, comparou-se o valor médio da tenacidade quando o elemento é Tubo e o Fator de Forma é 65 (TB-65), com os valores médios da tenacidade quando o elemento Tubo e o Fator de Forma é 80 (TB-80), quando elemento é Prisma e o Fator de Forma é 65 (PR-65) e quando elemento é Prisma e o Fator de Forma é 80 (PR-80). Foi avaliada a existência ou não de diferença estatisticamente significativa entre os valores médios de tenacidade quando comparadas as associações triplas das categorias das variáveis do estudo, como por exemplo, comparou-se o valor médio da tenacidade quando o elemento é Tubo e o Fator de Forma é 65 e o estado é a Colada em Pente (TB-65-CP), com os valores médios da tenacidade das demais as associações triplas. Finalmente, houve a avaliação da existência ou não de diferença estatisticamente significativa entre os valores médios de tenacidade quando comparadas as associações quádruplas das categorias das variáveis do estudo, como por exemplo, comparou-se o valor médio da tenacidade quando o elemento é Tubo e o Fator de Forma é 65 e o estado é a Colada em Pente e o Consumo Teórico de fibras é 0,25% (TB-65-CP-0,25%). Quando encontradas diferenças significativas na ANOVA [17], para tirar conclusões mais específicas sobre as diferenças entre as médias, foi aplicado o teste de *Tukey* [18].

Na Tabela 6, pode-se observar que não existe diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,912$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparados os elementos Tubo e do Prisma. Do mesmo modo quando comparados os Fatores de Forma de 65 e 80, há diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios de tenacidade à flexão. A tenacidade à flexão manifestou-se maior para o Fator de Forma 80. Também, há diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,019$ ), entre os valores médios de tenacidade à flexão, assim como quando comparados os Estados Solta e Colada em Pente. A tenacidade à flexão mostrou-se maior para o Estado Solta. Os Consumos Teóricos de Fibras de 0,25%, 0,38% e 0,50%, também foram comparados, assim, pode-se notar que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios de tenacidade à flexão. A tenacidade à flexão revelou-se maior para os Consumos Teóricos de Fibras de 0,38% e 0,50%.

**Tabela 6:** Estatísticas resultantes da análise de variâncias e teste *Tukey* para avaliar a tenacidade, quando comparadas, individualmente, as categorias das variáveis: (i) Elementos Tubo e do Prisma; (ii) Fator de forma 65 e 80; (iii) Estados e (iv) Consumo de fibras.

VARIÁVEL	CATEGORIA	MÉDIA ± D. PADRÃO		<i>p</i>
Elemento	PR	58,25±18,64	a	0,912
	TB	58,77±21,25	a	
Fator de Forma	65	45,27±12,61	a	0,000
	80	71,75±16,72	b	
Estado	S	53,09±01,63	a	0,019
	CP	63,93±16,46	b	
Consumo teórico de fibras	0,25%	42,39±14,00	a	0,000
	0,38%	61,71±14,74	b	
	0,50%	71,43±18,63	b	

**Nota:** Médias seguidas de letras diferentes na coluna diferem ( $p < 0,05$ ) pelo Teste *Tukey*. PR- Prisma; TB – Tubo; S – Solta; CP – Colada em pente.

Na Tabela 7, apresentam-se as comparações dos valores médios de tenacidade à flexão, resultantes das associações dupla das propriedades das fibras de aço e formato do elemento de concreto. Nota-se haver diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações duplas dos tipos de Elemento e dos tipos de Fator de Forma. A tenacidade à flexão despontou maior quando o elemento prisma está combinado ao Fator de Forma 80 e quando o Elemento Tubo está combinado ao Fator de Forma 80.



Observa-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações duplas dos tipos de Elemento e Estado. A tenacidade à flexão apresentou-se maior quando o Elemento Prisma está combinado ao Estado Solta e quando o Elemento

Tubo está combinado ao Estado Solta. Também se verificou que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações duplas dos tipos de Elemento e Consumo Teórico de Fibras. A tenacidade à flexão manifestou-se maior quando o Elemento Prisma está associado aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50% e quando o Elemento Tubo está associado aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50%. Notou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade, quando comparadas associações duplas dos tipos de Fator de Forma e Estado. A tenacidade à flexão indicou maior quando o Fator de Forma de 80 está conjugado ao Estado Solta e quando o Elemento Tubo está conjugado ao Estado de Colada em Pente.

Quando comparadas associações duplas dos tipos de Fator de Forma e Consumo Teórico de Fibras notou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão. A tenacidade à flexão foi maior quando o Fator de Forma de 80 está vinculado ao Consumo Teórico de 0,50%. Ainda, quando comparadas associações duplas dos tipos de Estado e Consumo Teórico de Fibras notou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade. Houve maior tenacidade à flexão no Estado Solta combinada aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50% e quando o Estado de Colada em Pente está combinado aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50%.

**Tabela 7:** Estatísticas resultantes da análise de variâncias e teste *Tukey* para avaliar a tenacidade, quando comparadas as associações duplas das categorias das variáveis: (i) Elementos Tubo e do Prisma; (ii) Fator de forma 65 e 80; (iii) Estados e (iv) Consumo de fibras.

VARIÁVEL	CATEGORIA	MÉDIA ± D. PADRÃO	P
<b>Elemento e Fator de Forma</b>	TB-65	43,68 ±12,57	a
	PR-65	46,86 ±12,81	a
	PR-80	69,64 ±16,61	b
	TB-80	73,86 ±17,03	b
<b>Elemento e Estado</b>	PR-CP	52,50 ±19,95	a
	TB-CP	53,68 ±23,76	a
	PR-S	64,00 ±15,71	b
	TB-S	63,87 ±17,62	b
<b>Elemento e Consumo Teórico de fibras</b>	TB-0,25%	41,78 ±16,40	a
	PR-0,25%	43,01 ±11,84	a
	PR-0,38%	60,46 ±14,63	ab
	TB-0,38%	62,97 ±15,38	b
	PR-0,50%	71,28 ±17,52	b
<b>Fator de Forma e Estado</b>	TB-0,50%	71,58 ±20,46	b
	65-CP	37,62 ±11,01	a
	65-S	52,92 ±09,08	b
	80-CP	68,56 ±18,32	c
<b>Fator de Forma e Consumo Teórico de fibras</b>	80-S	74,95 ±14,77	c
	65-0,25%	33,32 ±12,05	a
	65-0,38%	48,28 ±07,53	b
	65-0,50%	54,22 ±07,16	b
	80-0,25%	51,47 ±09,23	b
<b>Estado e</b>	80-0,38%	75,15 ±01,85	c
	80-0,50%	88,64 ±05,27	d
	CP-0,25%	33,86 ±11,40	a
	S-0,25%	50,93 ±11,01	bc

Consumo Teórico de fibras			
CP-0,38%	58,35 ±17,60	cd	
S-0,38%	65,08 ±10,94	cd	
CP-0,50%	67,06 ±20,06	cd	
S-0,50%	75,80 ±16,77	d	

Nota: Médias seguidas de letras diferentes na coluna diferem ( $p < 0,05$ ) pelo Teste *Tukey*. PR- Prisma; TB – Tubo; S – Solta; CP – Colada em pente.

A Tabela 8 apresenta as comparações dos valores médios de tenacidade à flexão, resultantes das associações triplas das propriedades das fibras de aço e formato do elemento de concreto. Observou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações triplas dos tipos de Elemento, de Fator de Forma e de Estado. Obteve-se maior tenacidade à flexão quando o Elemento Prisma está combinado ao Fator de Forma 80 e aos Estados Solta e Colada em Pente e quando o Elemento Tubo está combinado ao Fator de Forma 80 e aos Estados Solta e Colada em Pente. Verificou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações triplas dos tipos de Elemento, de Fator de Forma e de Consumo Teórico de Fibras. Obteve-se maior tenacidade à flexão quando o Elemento Prisma está combinado ao Fator de Forma 80 e aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50% e quando o Elemento Tubo está combinado ao Fator de Forma 80 e aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50%.

Constatou-se que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações triplas dos tipos de Elemento, de Estado e de Consumo Teórico de Fibras. Alcançou-se maior tenacidade à flexão quando o Elemento Prisma está combinado aos Estados Solta e Colada em Pente e aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50% e quando o Elemento Tubo está combinado aos Estados Solta e Colada em Pente e aos Consumos Teóricos de 0,38% e 0,50%. Foi possível notar que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações triplas dos tipos de Fator de Forma, de Estado e de Consumo Teórico de Fibras. Maior tenacidade à flexão ocorreu quando o Fator de Forma de 80 combinados aos Estados Solta e em Pente e ao Consumo Teórico de 0,50%. MONTE [3] em análise de variância das respostas médias de tenacidade para os consumos de fibras de aço de fator de forma de 45 com volumes teóricos de 0,25%, 0,38% e 0,50%, observou-se que houve hipótese de igualdade de médias rejeitada com valor  $p=0,000$  para um nível de significância de 0,05, sendo assim não consideradas estatisticamente iguais ou que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão. No teste de comparação múltipla de *Tukey*, observou-se que concreto com consumo de fibras de aço de 0,60% submetido ao ensaio pela JSCE SF-4 obteve significativamente maiores níveis de tenacidade à flexão. CARVALHO [24] desenvolveu pesquisa de prismas com fibras de aço de fator de forma de 67 com volumes teóricos de 0,32%, 0,45% e 0,51%, constatando a partir da análise de variância que a incorporação da fibra de aço exerce interferência significativa na tenacidade à flexão ou que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão.

**Tabela 8:** Estatísticas resultantes da análise de variâncias e teste *Tukey* para avaliar a tenacidade, quando comparadas as associações triplas das categorias das variáveis: (i) Elementos Tubo e do Prisma; (ii) Fator de forma 65 e 80; (iii) Estados e (iv) Consumo de fibras

VARIÁVEL	CATEGORIA	MÉDIA ± D. PADRÃO	$\rho$
<b>Elemento e Fator de Forma e Estado</b>	TB-65-CP	37,40±11,78	a
	PR-65-CP	37,84±10,89	a
	TB-65-S	49,97±10,40	ab
	PR-65-S	55,87±06,89	ab
	TB-80-CP	69,96±21,56	bcd
	PR-80-CP	67,16±15,62	bcd
	TB-80-S	77,77±10,82	d
	PR-80-S	72,13±18,12	cd
<b>Elemento</b>	TB-65-0,25%	29,32±07,64	a

0,000

0,000

e	PR-65-0,25%	37,32±14,91	ab
<b>Fator de Forma</b>	TB-65-0,38%	49,58±09,46	bc
e	PR-65-0,38%	46,97±05,58	bc
<b>Consumo Teórico de fibras</b>	TB-65-0,50%	52,15±03,73	bc
	PR-80-0,25%	48,70±02,85	bc
	PR-65-0,50%	56,28±09,41	c
	TB-80-0,25%	54,23±12,69	c
	PR-80-0,38%	73,95±01,70	d
	TB-80-0,38%	76,35±01,09	de
	PR-80-0,50%	86,28±06,81	de
	TB-80-0,50%	91,00±01,16	e

	TB-CP-25%	32,55±11,16	a	
	PR-CP-25%	35,17±12,54	bc	
	PR-S-0,25%	50,85±01,84	bc	
<b>Elemento</b>	PR-CP-38%	58,32±17,84	bcd	
e	TB-CP-38%	58,38±19,06	bcd	
<b>Estado</b>	PR-S-0,38%	62,60±11,89	bcd	<u>0,000</u>
e	PR-CP-0,50%	64,02±17,82	cd	
<b>Consumo Teórico de fibras</b>	TB-S-0,38%	67,55±10,34	d	
	TB-CP-0,50%	70,10±23,36	d	
	TB-S-0,50%	73,05±19,23	d	
	PR-S-0,50%	78,55±15,19	d	
	65-CP-0,25%	23,07±1,16	a	
	65-CP-0,38%	41,52±0,77	b	
	65-S-0,25%	43,57±8,11	b	
<b>Fator de Forma</b>	80-CP-0,25%	44,65±2,27	b	
e	65-CP-0,50%	48,28±1,04	bc	
<b>Estado</b>	65-S-0,38%	55,03±3,80	cd	<u>0,000</u>
e	80-S-0,25%	58,28±8,41	d	
<b>Consumo Teórico de fibras</b>	65-S-0,50%	60,15±5,21	d	
	80-S-0,38%	75,12±2,57	e	
	80-CP-0,38%	75,18±0,95	e	
	80-CP-0,50%	85,83±6,20	f	
	80-S-0,50%	91,45±1,94	f	

**Nota:** Médias seguidas de letras diferentes na coluna diferem ( $p < 0,05$ ) pelo Teste Tukey.

PR- Prisma; TB – Tubo; S – Solta; CP – Colada em pente.

A Tabela 9 apresenta que houve diferença estatisticamente significativa ( $p = 0,000$ ), entre os valores médios da tenacidade à flexão, quando comparadas associações quádruplas dos tipos de Elemento, de Fator de Forma, de Estado e de Consumo Teórico de fibras.

**Tabela 9:** Estatísticas resultantes da análise de variâncias e teste Tukey para avaliar a tenacidade, quando comparadas as associações quádruplas das categorias das variáveis: (i) Elementos Tubo e do Prisma; (ii) Fator de forma 65 e 80; (iii) Estados e (iv) Consumo de fibras.

VARIÁVEL	CATEGORIA	MÉDIA ± D. PADRÃO	<i>p</i>
<b>Elemento e Fator de Forma e Estado e Consumo Teórico de fibras</b>	TB-65-CP-0,25%	22,40±1,21	a
	PR-65-CP-0,25%	23,73±0,74	a
	TB-65-S-0,25%	36,23±1,03	b
	TB-65-CP-0,38%	41,00±0,80	c
	PR-65-CP-0,38%	42,03±0,15	c
	TB-80-CP-0,25%	42,70±0,95	cd
	PR-80-CP-0,25%	46,60±0,72	de
	PR-65-CP-0,50%	47,77±1,00	ef
	TB-65-CP-0,50%	48,80±0,95	ef
	PR-80-S-0,25%	50,80±2,55	ef
	PR-65-S-0,25%	50,90±1,40	ef
	PR-65-S-0,38%	51,90±2,18	fg
	TB-65-S-0,50%	55,50±0,53	gh
	<b>Elemento e Fator de Forma e Estado e Consumo Teórico de fibras</b>	TB-65-S-0,38%	58,17±1,40
PR-65-S-0,50%		64,80±1,64	i
TB-80-S-0,25%		65,77±1,56	i
PR-80-S-0,38%		73,30±2,33	j
PR-80-CP-0,38%		74,60±0,70	j
TB-80-CP-0,38%		75,77±0,85	j
TB-80-S-0,38%		76,93±1,12	jk
PR-80-CP-0,50%		80,27±0,86	k
TB-80-S-0,50%		90,60±0,70	l
TB-80-CP-0,50%		91,40±1,54	l
PR-80-S-0,50%	92,30±2,60	l	

**Nota:** Médias seguidas de letras diferentes na coluna diferem ( $p < 0,05$ ) pelo Teste Tukey. PR- Prisma; TB – Tubo; S – Solta; CP – Colada em pente.

#### 4. CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos pode-se concluir que ao modelar a tenacidade à flexão do tubo ( $T_{b,tubo}$ ) em função da tenacidade à flexão do prisma ( $T_{b,prisma}$ ) partir do ajuste de curva com equações (linear, quadrático, cúbico, potência, exponencial) foi possível observar que o modelo mais parcimonioso é o linear com valor de  $b_1$  sempre positivo, deste modo indicando que a medida que aumenta a tenacidade à flexão do prisma ocorre um aumento da tenacidade à flexão do tubo. E quando comparadas categorias de variáveis de modo individual constatou-se que não houve diferença estatisticamente significativa entre as médias de tenacidade à flexão, quando comparados Formatos de Elemento de concreto, quando, todavia houve diferença estatisticamente significativa entre valores de médias de tenacidade à flexão, quando comparadas as propriedades das fibras de aço: (i) Fator de Forma (65 ou 80), (ii) Estado (Solta ou Colada em pente) e (iii) Consumos Teóricos de Fibras (0,25% ou 0,38% ou 0,50%). E quando comparadas categorias das variáveis nas associações duplas e triplas notou-se que houve diferença estatisticamente significativa entre valores de médias de tenacidade à flexão, quando combinados Formato de Elemento de Concreto e propriedades das fibras de aço. Ao final, obteve-se maior tenacidade à flexão quando se utilizou Formato de Elemento de Concreto (Tubo ou Prisma) com fibras de aço de Fator de Forma de 80 associadas aos Estados (Solta ou Colada em Pente) e ao Consumo Teórico de fibras de 0,50%.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] BURATTI, N., MAZZOTTI, C., SAVOIA, M., “Post-cracking behavior of steel and macro-synthetic fibre-reinforced concretes”, *Construction and Building Materials*, n. 25, pp. 2713-2722, 2011.
- [2] FATI H ALTUN, BEKIR AKTAŞ, “Investigation of reinforced concrete beams behavior of steel fiber added lightweight concrete”, *Construction and Building Materials*, n. 38, pp. 575-581, January 2013.
- [3] MONTE, R., *Caracterização e controle do comportamento mecânico do concreto reforçado com fibras de aço*, Tese de D. Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, SP, Brasil, 2015.
- [4] JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. JSCE-SF2. Method of making specimens for strength and toughness tests of steel fiber reinforced concrete, Concrete library of JSCE, Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete, 1984. n. 3, pp. 48-55.
- [5] ISLAM, S. T. *Study of some parameters affecting the measured flexural toughness of fiber reinforced concrete*. Dissertação M. Sc., The Faculty of Graduate Studies (Civil Engineering), The University of British Columbia, UBC, Vancouver, BC, Canadá, 2012.
- [6] MILONE, G., *Estatística geral e aplicada*, São Paulo, Centage Learning, 2009.
- [7] CASELLA, G., BERGER R.L. *Inferência estatística*, 2ª ed., São Paulo, SP, Cengage Learning, 2010.
- [8] AMARAL JUNIOR, J. C., *Avaliação da influência da adição de fibras poliméricas nas propriedades térmicas e mecânicas do concreto*,. Dissertação de M. Sc., Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET/MG, Belo Horizonte, BH, Brasil, 2016.
- [9] FIGUEIREDO, A.D. *Concreto reforçado com fibras*. Tese de D. Sc., Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, SP, Brasil, 2011.
- [10] CHAMA NETO, P. J., FIGUEIREDO, A. D., “Avaliação de desempenho de tubos de concreto reforçados com fibras de aço”, In: *V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto*, São Paulo, 2003.
- [11] MIKHAYLOVA, A. *Non-linear finite element-based material constitutive law for zero slump steel fiber reinforced concrete pipe structures*. Tese de D. Sc., University of Texas at Arlington, UTA, Texas, TX, Estados Unidos da America, 2011.
- [12] PEYVANDI, A., SOROUSHIAN, P., JAHANGIRNEJAD, S. “Enhancement of the structural efficiency and performance of concrete pipes through fiber reinforcement”, *Construction and Building Materials*, n. 45, pp. 36-44, 2013.
- [13] MOHAMED, N., SOLIMAN, A. M., NEHDI, M. L., “Mechanical performance of full-scale precast steel fibre-reinforced concrete pipes”, *Construction and Building Materials*, n. 84, pp. 287-299, 2015.
- [14] FIGUEIREDO, A. D., CHAMA NETO, P. J., QUINTA, M. T., GIMENEZ, A. B., “Avaliação de metodologia de ensaio de tubos de concreto reforçado com fibras para esgoto”, *Concreto e Construções*, v. 34, n. 46, pp. 44-51, 2007.
- [15] FUGII, A. P., *Avaliação de tubos reforçados com fibras de aço segundo a norma 8890*, Dissertação M. Sc., Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, SP, Brasil, 2008.
- [16] China Standardization Association of Engineering Construction Standard (CECS). (2004). CECS 38:2004. Fiber concrete structure technical regulation, China Planning Press, China (in Chinese).
- [17] ÖZCAN, D. M., BAYRAKTA, A., AHIN, S. A., HAKTANIR, T., TÜRKER, T. “Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior”, *Construction and Building Materials*, n.23, pp. 1064-1077, 2009.
- [18] NINGA, F. W., DINGB, J. T. SUC, A. S, CAID, Y. B. “Influence of Moisture Content and Loading Rate on Flexural Toughness of Fiber Reinforced Shotcrete remarked”, *Advanced Materials Research*, vol. 450 – 451, pp. 472-477, January 2012.
- [19] DE LA FUENTE, A, ESCARIZ, R.C., FIGUEIREDO, A.D., MOLINS, C., AGUADO, A. “A new design method for steel fibre reinforced concrete pipes”, *Construction and Building Materials*, n.30, pp. 547-555, January 2012.
- [20] ANDRIICHUK, O., BABICH, V., YASYUK, I. UZHEHOV, S. “A The influence of repeated loading on work of the steel fiber concrete drainage trays and pipes on the roads”, *MAT EC Web of Conferences*, n.116, 2017.
- [21] \_\_\_ Associação Brasileira de Normas Técnicas. Procedimento para moldagem e cura de corpo-de-prova Concreto. NBR 5738, Rio de Janeiro, 2008.

- [22] \_\_\_\_Associação Brasileira de Normas Técnicas. Tubo de concreto de seção circular para águas pluviais e esgotos sanitários — Requisitos e métodos de ensaios. NBR 8890, Rio de Janeiro, 2007.
- [23] MILES, J., SHEVLIN, M. (2001). *Applying regression and correlation: a guide for students and researchers*. London: Sage Publications.
- [24] CARVALHO, A.R. Avaliação das propriedades mecânicas do concreto com adição de fibras para confecção de anéis pré-moldados segmentados para revestimento de túnel de metrô. Dissertação de M. Sc., Universidade do Ceará, UFC, Fortaleza, CE, Brasil, 2016.
- [25] ESWARI, S., RAGHUNATH, P.N., KOTHANDARAMAN, R. “Regression modeling for strength and toughness evaluation of hybrid fibre reinforced concrete”, *Journal of Engineering and Applied Sciences*, v. 6, n. 5, may 2011.