

## Um simples modelo empírico para quantificar a deformação residual de uma liga Cu-Al-Be-Nb com memória de forma

A simple empirical model to quantify the residual strain of a Cu-Al-Be-Nb shape memory alloy

Marcelo Rodrigues Nunes Dantas<sup>1</sup>, Breno Henrique da Silva Andrade<sup>2</sup>,  
Ieverton Caiandre Andrade Brito<sup>2</sup>, Rafael Evaristo Caluête<sup>3</sup>,  
Rodinei Medeiros Gomes<sup>1,3</sup>, Dannel Ferreira de Oliveira<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, João Pessoa, Brasil.

<sup>2</sup> Departamento de Engenharia de Materiais, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, João Pessoa, Brasil,

<sup>3</sup> Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, Paraíba, João Pessoa, Brasil.

e-mail: marcelo\_dantas83@hotmail.com, brenoxjp@hotmail.com, caiandre.lsr.ct@hotmail.com, rcaluete@gmail.com, rodineix@gmail.com, danieldeoliveira@gmail.com.

---

### RESUMO

O conhecimento amplo do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma (LMF) faz-se necessário para obtenção de ligas com elevada histerese térmica, o que torna possível eliminar a necessidade de meios criogênicos em muitas aplicações. Desta forma, os modelos matemáticos surgem como uma alternativa eficaz para descrição deste comportamento termomecânico. No presente trabalho foi desenvolvido um modelo matemático capaz de mensurar a deformação residual para uma liga Cu-Al-Be-Nb em função das variáveis: deformação, temperatura e taxa de deformação. Observa-se que os resultados obtidos por meio do modelo apresentam boa concordância quando comparado com os dados experimentais. Além disso, verificou-se que o modelo é capaz de prever as condições necessárias para se obter a máxima deformação residual.

**Palavras-chave:** Deformação residual; Taxa de deformação; Modelo empírico.

---

### ABSTRACT

The wide knowledge of the thermomechanical behavior of shape memory alloys (SMAs) is necessary to obtain alloys with high thermal hysteresis, which makes it possible to eliminate the need for cryogenic means in many applications. In this way, the mathematical models appear as an effective alternative to describe this thermomechanical behavior. In the present work, a mathematical model was developed able to measure the residual strain for a Cu-Al-Be-Nb alloy as a function of the variables: strain, temperature and strain rate. It is observed that the results obtained through the model are presented with good agreement when compared with the experimental data. Furthermore, it was found that the model is capable of predicting the conditions necessary to obtain the maximum residual strain.

**Keywords:** Residual strain; Strain rate; Empirical model.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Os materiais inteligentes, cada vez mais, vêm estimulando uma série de pesquisas voltadas às diversas áreas do conhecimento. Em particular, tem as ligas com memória que apresentam a capacidade de retornarem a uma forma predefinida mediante um processo termomecânico adequado, após aparente deformação plástica.

As ligas com memória de forma (LMF) têm sido amplamente utilizadas em campos como engenharia civil, medicina, engenharia mecânica, dentre outras áreas. Também podem ser utilizadas em estruturas de aeronaves, dispositivos de tratamentos cirúrgicos, como músculos robóticos, bem como em outras áreas [1].

Algumas aplicações das ligas com memória de forma exigem meios criogênicos para serem concretizadas [2]. Esta necessidade onera consideravelmente os custos de operação para consolidação da aplicação. Visando eliminar a necessidade de meios criogênicos, nas últimas décadas, tem se buscado LMF que apresentem elevada histerese térmica.

O mecanismo da pré-deformação tem sido empregado como uma alternativa eficaz para se conseguir elevar a histerese térmica das LMF [3, 4, 5]. Este procedimento baseia-se na estabilização da martensita induzida por tensão após o processo de pré-deformação. Esta martensita estabilizada (associada à uma parcela da deformação residual) é convertida termicamente em austenita com temperaturas superiores ao  $A_f$ , aumentando desta forma, a histerese térmica da liga.

O efeito da taxa de deformação e da temperatura, durante a pré-deformação, na deformação residual para a liga com memória de forma Cu-Al-Be-Nb foi investigado por Oliveira et al. [6]. Verificou-se que é possível conseguir elevação da deformação residual em temperaturas um pouco acima do  $M_s$  e com taxa de deformação, da ordem de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

Em qualquer que seja a aplicação é necessário que se tenha compreensão do comportamento da liga, para que seja possível otimizar o uso de seu potencial [7]. Conseqüentemente, se faz clara a necessidade da implementação de modelos numéricos que sejam capazes de simular, de modo preciso, o comportamento termomecânico dessas ligas.

Com o passar dos anos, muitos cientistas e engenheiros vêm contribuindo com a vasta literatura sobre o comportamento experimental das ligas com memória de forma [7]. Visando uma análise mais precisa do comportamento destes materiais, tem se tornado cada vez maior o interesse no desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de descrevê-lo de maneira adequada, permitindo explorar todo o seu potencial.

Um esforço notável foi dedicado nas últimas décadas para o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de entender os mecanismos físicos subjacentes à transformação martensítica em LMF e facilitar o projeto e a fabricação de dispositivos baseados nestas ligas [8].

O comportamento termomecânico das ligas com memória de forma pode ser descrito por modelos constitutivos por meio de abordagens microscópicas ou macroscópicas [9]. Alternativamente, modelos empíricos ou fenomenológicos são relativamente muito simples e servem como desenvolvimento de dispositivos e sistemas inteligentes [10]. Os modelos empíricos são obtidos pela regressão de um número limitado de dados experimentais [11].

A grande maioria dos modelos encontrados na literatura foi desenvolvida para condições de carregamento quase estático ignorando a geração de calor interno durante o carregamento [12]. Recentemente, tem havido um crescente interesse pelo desenvolvimento de modelos que incorporam os efeitos da taxa de carregamento no comportamento termomecânico das LMF [12, 13, 14, 15].

Lei *et al* [16] propuseram uma equação exponencial para calcular um fator residual da memória de forma (associado a deformação residual) em função do número de ciclos, da temperatura e da taxa de deformação. A equação proposta possibilita prever a variação do fator residual para diferentes condições termomecânicas. Além disso, um modelo constitutivo macromecânico foi proposto para prever o comportamento mecânico cíclico a temperatura constante.

Um modelo micromecânico (baseado em um algoritmo de autômatos celulares e na teoria da plasticidade de Ramberg-Osgood) para prever acúmulo de deformação residual em função do número de ciclos foi proposto por Paradis *et al.*, [17]. O modelo apresentou capacidade para reproduzir efeitos relacionados as LMF tais como: superelasticidade, ciclagem térmica e efeito memória de forma.

Observando a importância da avaliação de mecanismos que permitam elevação da histerese térmica das LMF, visando aplicações com baixo custo de operação, faz-se necessário o conhecimento amplo do comportamento termomecânico destas ligas, principalmente avaliar a influência da taxa de deformação. O desenvolvimento de um modelo matemático capaz de prever a influência da taxa de deformação na histerese térmica das LMF torna-se de fundamental importância para o projeto e fabricação de dispositivos LMF de baixo custo. Além disso, cabe destacar que, um modelo matemático desta natureza reduz os custos relativos a realização de ensaios termomecânicos que exigem meios criogênicos.

Neste sentido, o principal objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo empírico capaz de mensurar a deformação residual para uma liga Cu-Al-Be-Nb em função das variáveis: deformação, temperatura e taxa de deformação. A validação do modelo foi obtida comparando os resultados numéricos obtidos através do modelo com resultados experimentais encontrados em Oliveira et al [6].

## 2. CARACTERÍSTICAS DO MODELO

O modelo proposto é empírico e baseado nos dados experimentais obtidos por Oliveira et al [6] para uma liga Cu-Al-Be-Nb. Verificam-se primeiramente as relações de dependência individuais da deformação residual com a deformação aplicada, temperatura e taxa de deformação. Em seguida, *foi proposto* uma equação para quantificar a deformação residual que engloba os efeitos simultâneos da deformação, temperatura e taxa de deformação.

### 2.1 Relações de dependência:

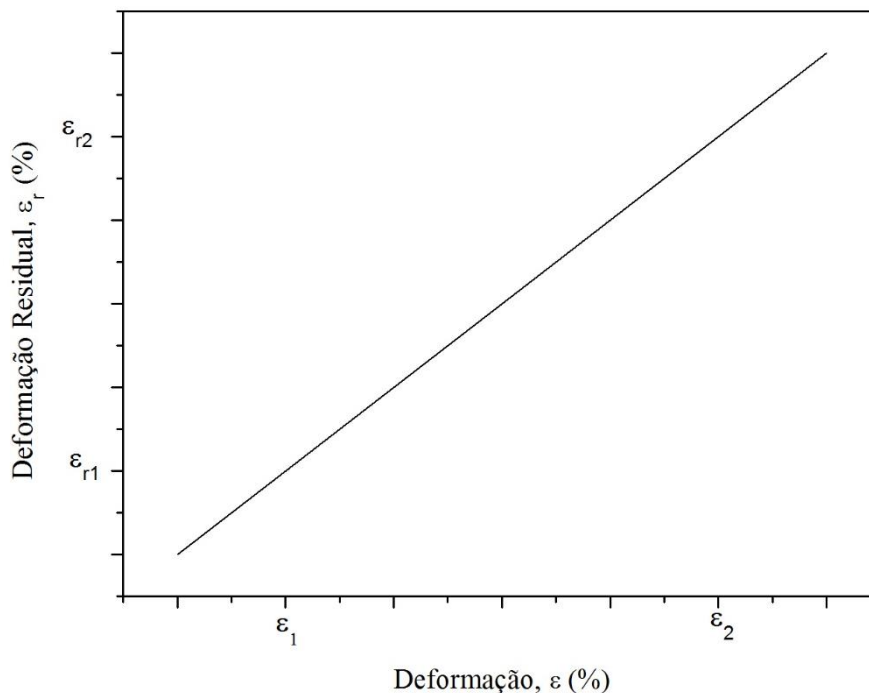
Baseado nos dados experimentais observou-se que cada uma das grandezas: deformação ( $\varepsilon$ ), temperatura ( $T$ ) e taxa de deformação ( $\dot{\varepsilon}$ ) exercem influência sobre a deformação residual. Assim, a partir de algumas considerações matemáticas, é possível expressar a deformação residual em função dessas variáveis, ou seja:

$$\varepsilon_r = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \quad (1)$$

Para obter a expressão desejada, inicialmente, é necessário considerar a influência isolada de cada variável no processo. Consequentemente, é possível considerar que:

$$\varepsilon_r = f(\varepsilon) \quad (2)$$

A Figura 1 mostra um diagrama esquemático que ilustra a influência da deformação aplicada na deformação residual observada nos dados experimentais.



**Figura 1:** Representação esquemática do comportamento da deformação residual com a deformação aplicada. Fonte: Arquivo próprio.

Considerando inicialmente a influência da deformação no comportamento da deformação residual, é possível reescrever a equação (2) da seguinte forma:

$$\varepsilon_r = A\varepsilon + B \quad (3)$$

Por meio da análise dos dados experimentais obtidos por Oliveira et al [6] verificou-se que os coeficientes angulares (A) e linear (B) da equação (3) mostraram-se dependentes da taxa de deformação. Assim, *será feito* as seguintes considerações:

Se  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_{qs}$ , então  $\epsilon_r = A_1\epsilon + B_1$ . Mas, se  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_{qs}$ , então  $\epsilon_r = A_2\epsilon + B_2$ . Desta forma, considerando que os parâmetros A e B variam com a taxa de deformação, *é possível* escrever que:

$A = A(\dot{\epsilon})$  e  $B = B(\dot{\epsilon})$ . Logo, a equação 3 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\epsilon_r = A(\dot{\epsilon})\epsilon + B(\dot{\epsilon}) \quad (4)$$

As expressões que estabelecem  $A = A(\dot{\epsilon})$  e  $B = B(\dot{\epsilon})$  são:

$$A(\dot{\epsilon}) = A_1 + \left( \frac{A_2 - A_1}{\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_{qs}} \right) (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{qs}) \quad (5)$$

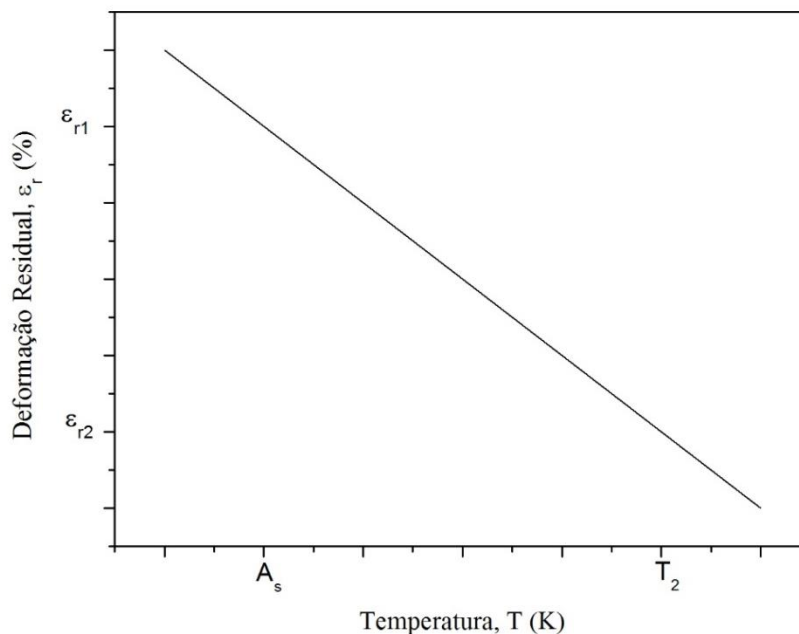
$$B(\dot{\epsilon}) = B_1 + \left( \frac{B_2 - B_1}{\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_{qs}} \right) (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{qs}) \quad (6)$$

A Figura 2 mostra um diagrama esquemático que ilustra a influência da temperatura na deformação residual observada nos dados experimentais [6]. Os resultados indicam que a máxima deformação residual é obtida na condição de taxa de deformação quase estática e na temperatura  $A_s$ . Observa-se ainda que fixando a deformação imposta e a taxa de deformação, a deformação residual diminui de forma linear com o aumento da temperatura, conforme observado na Figura 2.

Acrescentando a influência da temperatura na equação (4) *se tornará*:

$$\epsilon_r = \epsilon_{r_1} - \frac{\partial \epsilon_r}{\partial T} (T - A_s). \quad (7)$$

onde  $A_s$  é temperatura inicial da transformação da martensita em austenita.



**Figura 2:** Representação esquemática do comportamento da deformação residual com a temperatura. Fonte: Arquivo próprio.

A inclinação  $\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}$  pode ser obtida da seguinte forma:

$$\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T} = \frac{\varepsilon_{r_1} - \varepsilon_r}{A_s - T} \quad (8)$$

Porém  $\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}$  varia com  $\varepsilon$ , assim para  $\varepsilon = \varepsilon_1$ , considerando  $\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}\right)_1 = c_1$ , e

para  $\varepsilon = \varepsilon_2$ , considerando  $\left(\frac{\partial \varepsilon_r}{\partial T}\right)_2 = c_2$ . Portanto,

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r_1} - C(\varepsilon)(T - A_s). \quad (9)$$

$$\text{Onde: } C = C(\varepsilon) = c_1 - \left(\frac{c_2 - c_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}\right)(\varepsilon - \varepsilon_1) \quad (10)$$

Assim, o modelo desejado é representado através da equação:

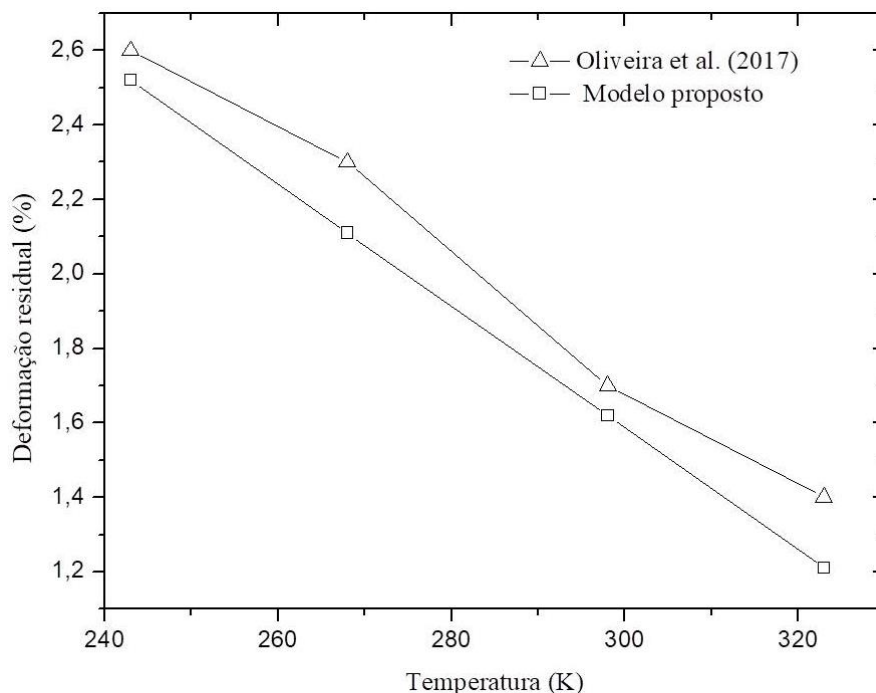
$$\varepsilon_r = A(\dot{\varepsilon})\varepsilon + B(\dot{\varepsilon}) - C(\varepsilon)(T - A_s) \quad (11)$$

em que A e B são constantes dependentes da taxa de deformação e C é uma constante que depende da deformação aplicada.

De acordo com a equação (11) é possível prever a variação da deformação residual com as condições termomecânicas impostas ao material (temperatura, deformação aplicada e taxa de carregamento).

## 2.2 Comparação do modelo com os dados experimentais

Na Figura 3 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo proposto e os experimentos realizados por Oliveira *et al* [6], que utilizaram uma liga superelástica Cu-11,8Al-0,6Be-0,5Nb (% em peso) para avaliar a influência das taxas de deformação, temperatura e deformação aplicada nos valores de deformação residual. Tais deformações residuais foram obtidas por meio de ensaios de tração com ciclo de carga/descarga. As condições termomecânicas estudadas no trabalho de Oliveira *et al* [6] foram: deformações aplicadas de 4%, 5%, 6% e 7% em diferentes temperaturas, com taxas de deformação de  $0,0005s^{-1}$  e  $0,00001s^{-1}$  aplicadas durante a etapa de carregamento. Os resultados obtidos pelo modelo são bastante próximos ao resultado experimental, conforme observado na Figura 3. As maiores diferenças nos resultados, entre o modelo proposto e os dados experimentais, foram encontradas para as temperaturas de 268 e 323 K.

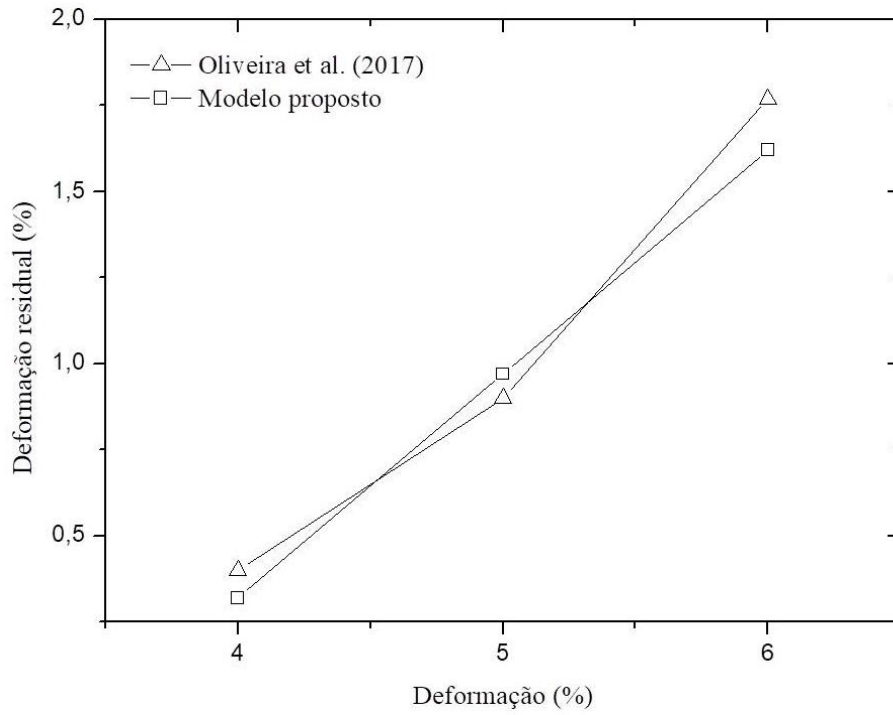


**Figura 3:** Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x temperatura para deformação de 6% e taxa de deformação de  $0,0005 \text{ s}^{-1}$ .

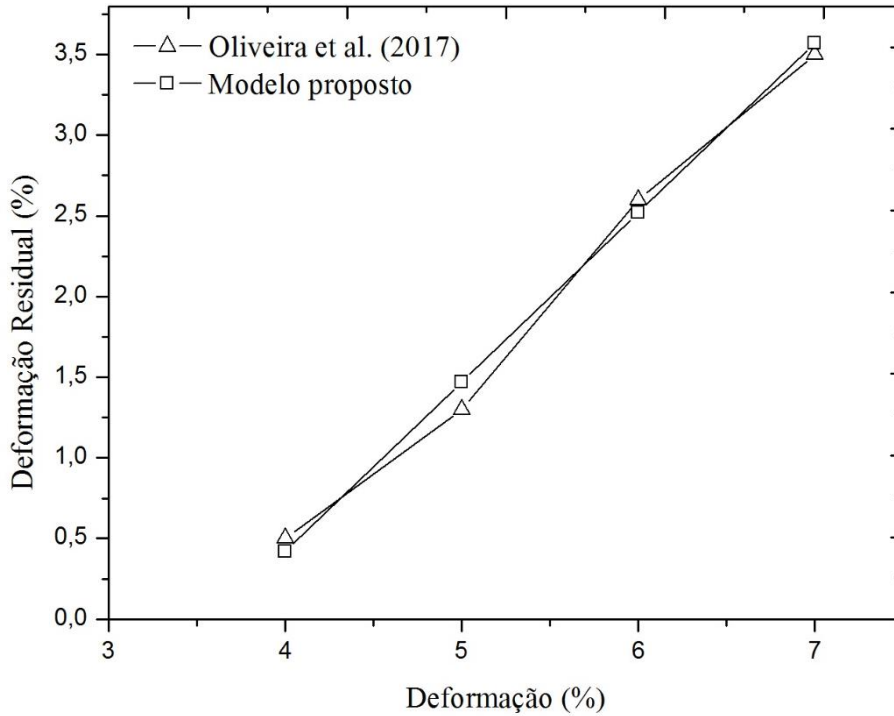
Comparações entre o modelo proposto e os dados experimentais, referentes à influência da deformação imposta, estão representadas nas Figuras 4, 5 e 6. Na Figura 4 a temperatura foi fixada em 298 K, a taxa de deformação em  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  e a deformação imposta variou entre 4 e 6%. Para a Figura 5 a temperatura foi fixada em 243 K, a taxa de deformação em  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  e a deformação imposta variou entre 4 e 7%. Na Figura 6 a temperatura foi fixada em 243 K, a taxa de deformação em  $0,00001 \text{ s}^{-1}$  e a deformação imposta variou entre 4 e 7%. Por meio da análise comparativa entre as curvas dos dados experimentais e os dados fornecidos pelo modelo, é possível observar que há uma boa concordância.

Vale ressaltar, que o modelo foi capaz de prever com boa aproximação a deformação residual em função das condições termomecânicas imposta ao material. Apesar das condições termomecânicas para obtenção dos resultados das Figuras 4, 5 e 6 serem diferentes, é possível constatar que os incrementos de deformação residual (provocado pelo aumento da deformação aplicada) observados nos dados experimentais não apresentam diferenças consideráveis com os obtidos pelo modelo proposto. Destaca-se que a influência da deformação aplicada na deformação residual deve ser verificada fixando-se a taxa de deformação aplicada e a temperatura do ensaio.

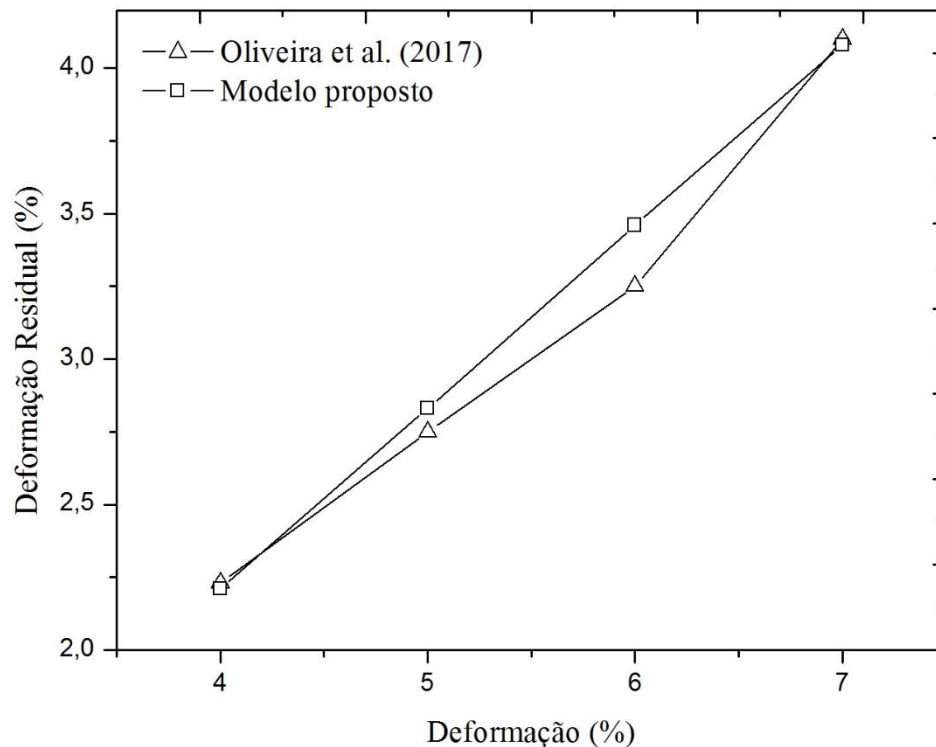
Analisando as Figuras 5 e 6 é possível verificar o efeito da taxa de deformação na deformação residual. É possível observar nas Figuras 5 e 6 que para uma mesma deformação aplicada, o modelo é capaz de reproduzir o comportamento da deformação residual com a variação da taxa de deformação. Para uma mesma condição termomecânica aplicada, por exemplo para uma deformação 7% e uma temperatura de 243 K, as deformações residuais obtidas experimentalmente para as taxas de deformação de  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  e  $0,00001 \text{ s}^{-1}$  foram de 3,5% e 4,1%, respectivamente. Já os valores destas deformações residuais previstas pelo modelo para a mesma condição termomecânica foram de 3,57% e 4,08% para as taxas de deformação de  $0,0005 \text{ s}^{-1}$  e  $0,00001 \text{ s}^{-1}$ , respectivamente. Pode-se notar que o aumento da deformação residual, provocado pelo aumento da taxa de deformação, observado nos resultados experimentais é similar ao encontrado pelo modelo proposto.



**Figura 4:** Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 298 K e taxa de deformação de  $0,0005 \text{ s}^{-1}$ .



**Figura 5:** Comparação entre o modelo proposto e os resultados experimentais obtidos por Oliveira et al [6]: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 243 K e taxa de deformação de  $0,0005 \text{ s}^{-1}$ .



**Figura 6:** Comparação entre modelo proposto e os resultados experimentais obtidos por Oliveira et al [6]: deformação residual x deformação imposta para temperatura de 243 K e taxa de deformação de  $0,00001 \text{ s}^{-1}$ .

### 3. CONCLUSÕES

Sobre o modelo empírico desenvolvido neste trabalho, é possível concluir que:

- 1- O modelo empírico proposto para quantificar a deformação residual é uma equação linear em função das variáveis: taxa de deformação, temperatura e deformação aplicada.
- 2- O modelo apresenta boa concordância com os dados experimentais.
- 3 O modelo permite prever as condições termomecânicas que maximizam a deformação residual.

### 4. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro.

### 5. BIBLIOGRAFIA

- [1] JANI, J. M., LEARY, M., SUBIC A., *et al.*, “A review of shape memory alloy research, applications and opportunities”, *Materials & Design*, v. 56, pp. 1078-1113, 2014.
- [2] LI, Z., CAO, L. F., *et al.*, “Deformation behavior of  $\beta 1$  phase in polycrystalline CuAlMnZnZr shape memory alloy with wide transformation hysteresis. *Materials Science and Engineering: A*”, v.403, n.1-2, pp.227-233, 2005.
- [3] PIAO, M., OTSUKA, K., MIYAZAKI, S., *et al.*, “Mechanism of the  $A_s$  temperature increase by pre-deformation in thermoelastic alloys”, *Materials Transactions JIM*, v. 34, pp. 919-929, 1993.
- [4] HE, X. M., RONG, L. J., YAN, D. S., *et al.*, “TiNiNb wide hysteresis shape memory alloy with low niobium content”, *Materials Science and Engineering A*, v. 371, pp. 193-197, 2004.



- [5] ZHAO, X., YAN, X., YANG, Y., *et al.*, “Wide hysteresis NiTi(Nb) shape memory alloys with low Nb content (4.5 at.%)”, *Materials Science and Engineering A.*, v. 438-440, pp. 575–578, 2006.
- [6] OLIVEIRA, D. F. D., *et al.*, “Assessment of Pipe Coupling by Using the Recovery of Stress-Induced Martensites in Superelastic Cu-11.8Al-0.6Be-0.5Nb Alloy”, *Journal of Materials Engineering and Performance*, abril 2017.
- [7] BRINSON, L. C., “One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Gottingen, pp. 229-242, abril 1993.
- [8] CISSE, C., ZAKI, W., ZINEB, T. B. “A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys”, *International Journal of Plasticity*, pp. 244-284, 2016.
- [9] PAIVA, A., SAVI, M.A. “An Overview of Constitutive Models for Shape Memory Alloys”, *Mathematical Problems in Engineering*, 2006.
- [10] KHANDELWAL, A, BURAVALLA, V. “Models for shape memory alloy behavior: An overview of modeling approaches”, *Int J Struct Changes*, v.1, pp. 111–148, 2009.
- [11] OTSUKA, K. AND WAYMAN, C. M. (1999). *Shape memory materials*, Cambridge university press.
- [12] KADKHODAEI, M., RAJAPAKSE, R. K. N. D., MAHZOON, M., *et al.*, “Modeling of the cyclic thermomechanical response of SMA wires at different strain rates”, *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 6, pp. 2091–2101, 2007.
- [13] ROH, J.-H. “Thermomechanical Modeling of Shape Memory Alloys with Rate Dependency on the Pseudoelastic Behavior”, *Mathematical Problems in Engineering*, p. 9, 2014.
- [14] AURICCHIO, F., FUGAZZA, D., DESROCHES, R. “Rate-dependent thermo-mechanical modelling of superelastic shape-memory alloys for seismic applications”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 19, n. 1, pp. 47–61, 2008.
- [15] VITIELLO, A., GIORLEO, G., MORACE, R. E. “Analysis of thermomechanical behaviour of Nitinol wires with high strain rates”, *Smart Materials and Structures*, pp. 215-221, 2005.
- [16] LEI, H, ZHOU, B, WANG, Z, *et al.*, “A macromechanical constitutive model of shape memory alloys under uniaxial cyclic loading”, *Journal of Mechanics* , v. 28, pp. 469–477, 2012.
- [17] PARADIS, A, TERRIAULT, P, BRAILOVSKI, V. “Modeling of residual strain accumulation of NiTi shape memory alloys under uniaxial cyclic loading”, *Comput Mater Sci.*, v. 47, n.2, pp. 373–383, 2009.

**ORCID**

Marcelo Rodrigues Nunes Dantas	<a href="https://orcid.org/0000-0002-2221-702X">https://orcid.org/0000-0002-2221-702X</a>
Breno Henrique da Silva Andrade	<a href="https://orcid.org/0000-0001-6476-2926">https://orcid.org/0000-0001-6476-2926</a>
Ieverton Caiandre Andrade Brito	<a href="https://orcid.org/0000-0002-5027-9033">https://orcid.org/0000-0002-5027-9033</a>
Rafael Evaristo Caluête	<a href="https://orcid.org/0000-0003-1963-3636">https://orcid.org/0000-0003-1963-3636</a>
Rodinei Medeiros Gomes	<a href="https://orcid.org/0000-0002-4317-4567">https://orcid.org/0000-0002-4317-4567</a>
Daniel Ferreira de Oliveira	<a href="https://orcid.org/0000-0001-7995-5771">https://orcid.org/0000-0001-7995-5771</a>