

## **A Relevância do Fator Eficiência para o Retorno de Fundos de Investimento: uma Análise Empírica no Mercado Brasileiro**

### **The Relevance of the Efficiency Factor for Returns of Investment Funds: an Empirical Analysis in the Brazilian Market**

#### **Simone Evangelista Fonseca**

Doutoranda em Administração pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Professora Substituta no Instituto Federal de Minas Gerais Campus Formiga (IFMG)  
Email: [simoneevangelistafonseca@gmail.com](mailto:simoneevangelistafonseca@gmail.com)  
<https://orcid.org/0000-0002-1169-8614>

#### **Anderson Rocha de J. Fernandes**

Pós-doutorando na Universidade de São Paulo (USP)  
Doutor em Demografia pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Gestor de dados na Universidade de São Paulo (USP)  
Email: [andersonrjf@gmail.com](mailto:andersonrjf@gmail.com)  
<http://orcid.org/0000-0003-3323-1967>

#### **Carolina Magda da Silva Roma**

Doutora em Administração pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Professora na Universidade Federal do Rio Grande (FURG)  
Email: [carolina.magda.adm@gmail.com](mailto:carolina.magda.adm@gmail.com)  
<http://orcid.org/0000-0003-1156-7558>

#### **Robert Aldo Iquiapaza**

Doutor em Administração pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Professor na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)  
Email: [riquiapaza@gmail.com](mailto:riquiapaza@gmail.com)  
<http://orcid.org/0000-0003-1657-2823>

**Resumo:** O desenvolvimento e a crescente atuação de investidores nos mercados de capitais aumentam a necessidade de formulação de estratégias adequadas de investimento. Estas devem, portanto, considerar os riscos envolvidos na precificação de ativos e na formulação de carteiras, embora apontar os fatores que influenciam o desempenho dos ativos não seja a uma tarefa simples. Este artigo tem como objetivo incorporar o fator de eficiência à precificação de fundos brasileiros, utilizando os modelos CAPM, de três, quatro e cinco fatores. O fator desse estudo deriva da eficiência estimada com *Data Envelopment Analysis* (DEA), com momentos parciais inferiores e superiores como *proxies* de insumos e produtos. Foram considerados 640 fundos de ações, no período de janeiro/2000 a janeiro/2018. Os resultados indicam que o fator de eficiência foi positivo e significativo em todos os modelos estimados e, portanto, contribui para a explicação dos retornos dos fundos. Entretanto, não há evidências de que melhora a capacidade preditiva agregada dos modelos. Os testes indicaram estratégias com maior potencial e viabilidade, pautadas nos seguintes fatores de risco: valor, momento e lucratividade. A gestão do risco na seleção de ativos representa um desafio constante para os agentes do mercado. Os resultados mostram que selecionar fundos com base na eficiência agrega valor para os investidores.

**Palavras-chave:** eficiência, fundos de investimento, DEA, precificação, gestão de risco.

**Abstract:** The development and the increasing participation of investors in financial markets demand adequate investment strategies. Therefore, these must consider the risks involved in assets pricing and portfolio selection, even though estimating the factors that influence asset performance is not a simple task. This article aims to incorporate the efficiency factor into Brazilian funds pricing, using the following models: CAPM, tree, four and five factors. The factor derives from the efficiency estimated with Data Envelopment Analysis (DEA), with lower and upper partial moments as proxies of inputs and products. It was considered 640 stocks funds which data ranged from January/2000 to January/2018. Results show that the efficiency factor was positive and significant in all models and contributes to the explanation of the returns of the funds. However, it does not improve the aggregate predictive capacity of the models. The tests appointed strategies with greater potential and viability based on the following risk factors: value, momentum, and profitability. Risk management in asset selection represents a permanent challenge for market players. The results show that selecting funds based on efficiency adds value to investors.

**Keywords:** efficiency, investment funds, DEA, pricing, risk management.

## 1. INTRODUÇÃO

A precificação dos ativos do mercado de capitais, assim como a determinação de fatores relevantes ao processo, constitui desafios à pesquisa em finanças (Berk & Van Binsbergen, 2016; Goldstein, Jiang, & Ng, 2017; Fulkerson & Riley, 2019). A literatura revela crescente demanda por medidas de avaliação e de investigação de fatores que representem os riscos intrínsecos aos retornos dos ativos financeiros de investimento.

Da perspectiva do investidor, os modelos de precificação subsidiam a tomada de decisão (Elton & Gruber, 1997). A análise se fundamenta na utilização de ferramentas que permitam o entendimento das movimentações dos preços dos ativos, a partir do acesso e capacidade de interpretar as informações relevantes. A partir disso, há pesquisas que exploram a implementação de métodos e estratégias de análise de investimentos que apoiam o processo decisório (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015; Kaupa & Sassi, 2017; Fonseca, Fernandes, Cunha & Iquiapaza, 2018).

O procedimento de *Data Envelopment Analysis* (DEA) tem sido utilizado para avaliar o grau de eficiência de mercados de capitais, dentre eles o brasileiro (Amess & Girma, 2009; Lamb & Tee, 2012; Basso & Funari, 2017; Fonseca *et al.*, 2018). As práticas dos gestores, a seleção de portfólios, a proporção de capital investido, os riscos incorridos em operações de mercado e os ganhos de investimentos são contrastados com a eficiência gerada pelos ativos de investimento.

O DEA assume uma estrutura de produção na qual se utilizam insumos para gerar produtos – neste caso os insumos são definidos como portadores de risco/custos, enquanto os produtos são portadores de riqueza/benefícios (Charnes, Cooper & Rhodes, 1978). Sob a normalidade dos retornos, apenas as medidas de média e variância seriam suficientes para mensurar o risco e a riqueza dos investimentos, com base em uma análise paramétrica. No entanto, se as distribuições não são simétricas, momentos parciais superiores e inferiores podem ser considerados, por meio da análise não paramétrica de risco e retorno (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Ornelas, Silva Júnior, & Fernandes, 2012).

O DEA tem a vantagem de considerar múltiplos atributos em distintas dimensões de análise. Ademais, essa técnica é considerada uma ferramenta moderna de avaliação de performance de ativos, pois fornece informações relevantes para os gestores em termos do desempenho sustentável de carteiras de investimento (Basso & Funari, 2017; Emrouznejad & Yang, 2018; Zhou *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2019).

No mercado de capitais brasileiro destaca-se o crescimento significativo, a partir da década de 1990, do investimento em fundos. O patrimônio administrado pela modalidade, em

2021, foi de R\$ 6,92 trilhões, o equivalente a 80% do Produto Interno Bruto do país (ANBIMA, 2021). De acordo com a ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) os valores monetários mais expressivos da indústria brasileira de fundos de investimento geralmente estão alocados nas modalidades de fundos de renda fixa, multimercado, previdência e ações.

Diante do exposto, este estudo avalia a relação entre a eficiência de fundos e o seu risco na precificação de ativos. Tem, portanto, o objetivo de investigar a relação entre os retornos dos fundos brasileiros de investimento e a eficiência de sua gestão, tendo esta última como potencial fator de risco/precificação. A proposta metodológica consiste na incorporação da eficiência, mensurada a partir de *score* do DEA, em modelos de precificação tradicionais, os quais são descritos com mais detalhes na seção seguinte.

Tal procedimento de incorporação da eficiência ao processo de precificação de fundos de investimento se inspira em Rubio, Maroney e Hassan (2018). Os autores investigaram os efeitos da adição do fator de risco de eficiência em modelos de precificação na indústria americana de fundos, propondo um novo modelo de avaliação da performance de ativos. O estudo de Rubio, Maroney e Hassan (2018) reporta uma redução do erro médio absoluto e evidencia ganhos de poder explicativo sobre os retornos após a incorporação da eficiência ao modelo de quatro fatores de Carhart (1997).

A análise proposta para o mercado brasileiro de fundos está justificada em dois aspectos: *i*) o crescimento dessa indústria demanda melhorias das práticas de gestão e de transparência, fatores diretamente ligados à eficiência; *ii*) a incorporação de um fator de precificação em potencial apresenta relevância ao investidor/gestor que pode aprimorar sua estratégia de composição da carteira.

Este estudo se estrutura em cinco seções, considerando esta Introdução. A seguir, o Referencial Teórico discute os modelos de precificação de ativos financeiros e sua relação à formulação de portfólios de investimento. A terceira seção apresenta os aspectos metodológicos adotados e discute algumas propriedades da mensuração da eficiência por meio do DEA. Em seguida, os principais resultados. Por fim, o quinto item reporta as considerações finais.

## **2. REVISÃO DA LITERATURA**

### **2.1 O Desafio da Informação e da Precificação de Ativos**

As informações acerca dos ativos financeiros fundamentam o processo de avaliação e a tomada de decisões de investimento (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015). O alinhamento apropriado entre informações, instrumentos e a capacidade de incorporação de múltiplos critérios na avaliação de ativos de investimento proporciona suporte aos investidores quanto à composição de carteiras e à perspectiva de superar a carteira de mercado (Lyrio, Prates, Lima & Lunkes, 2015, Rubio, Maroney & Hassan, 2018).

Barber, Huang e Odean (2016) apontam que investidores sofisticados tentam considerar fatores tanto precificáveis quanto os não, os também denominados fatores sistêmicos na tentativa de explicar as variações de retorno dos ativos. Entretanto, para Berk e Van Binsbergen (2016), o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) consiste em um modelo mais restritivo para a decisão de alocação de capital. O CAPM falha na tentativa de descrever variações *cross-section* sobre a expectativa de retorno dos ativos. A literatura apresenta uma gama de modelos alternativos, com fatores adicionais estatisticamente significantes (Fama & French, 1993; Carhart, 1997; Fama & French, 2015; Berk & Van Binsbergen, 2016).

Os pressupostos que sustentam essas alternativas consistem na consideração de outros construtos que podem influenciar o preço dos ativos financeiros de investimento, tais como variações macroeconômicas, movimentações de fluxos de capital, condições de mercado e ainda questões político-institucionais (Ross, 1976). No caso específico de fundos de

investimento, tem-se a importância do fator *momentum*, que considera o desempenho em períodos anteriores no curto prazo (Carhart, 1997). Diversos estudos verificaram e comprovaram a importância deste fator para a indústria brasileira de fundos de investimento (Nerasti & Lucinda, 2016; Fernandes *et al.*, 2018, Fonseca *et al.* 2018).

Os títulos corporativos também podem ser considerados importantes para a formação de carteiras e representar oportunidades quando há falta de liquidez no mercado (Goldstein, Jiang, & Ng, 2017). Dessa forma, o desempenho ruim de fundos que investem na classe pode estar relacionado com a liquidez agregada da negociação desses papéis, em sua maioria negociações de fundos orientados ao varejo (Goldstein, Jiang, & Ng, 2017). Isso torna a liquidez um outro fator potencialmente relevante quando da avaliação de portfólios.

A partir disso, tem-se que a precificação de ativos de forma assertiva pode consistir em um desafio aos agentes do mercado financeiro (Kaupa & Sassi, 2017). A busca pela relação ótima entre retorno e risco pode depender de aspectos diversos, associados às características econômico-financeiras, os quais devem ser considerados numa tentativa de incorporar o risco residual que carregam (Elton & Gruber, 1997).

## **2.2 Os Modelos de Precificação de Ativos**

O modelo CAPM decorre das contribuições simultâneas dos estudos de Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966). No CAPM, o retorno de um ativo se relaciona linearmente com seu prêmio de risco. Ou seja, trata-se de um modelo de fator único na precificação de ativos, no caso, o beta que multiplica o prêmio de risco de mercado e reflete o nível de correlação/variância conjunta entre retorno do ativo e retorno médio de mercado. Assim, o beta do CAPM representa o risco de mercado ou sistêmico. O modelo foi desenvolvido a partir de Markowitz (1952), com base em premissas como: expectativas homogêneas, comportamento racional em busca da maximização da função de utilidade, aversão ao risco e mercado em equilíbrio (Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Mossin, 1966).

As críticas ao fato de o CAPM incorporar um único fator de risco, desenvolvidas no artigo de Ross (1976), levaram ao desenvolvimento de uma série de estudos para aprimorar os modelos de precificação. Ross (1976) apresenta o *Arbitrage Pricing Theory* (APT), incorporando outros aspectos, além do risco de mercado, na avaliação/precificação de ativos. Para Chen, Roll e Ross (1986), os fatores relevantes consistem na produção industrial, inflação, estrutura a termo da taxa de juros e risco de crédito. Dessa forma, ao se pensar um modelo multifatorial, o problema de escolha de portfólios pode ser visto a partir de um espaço multidimensional: uma dimensão para o retorno esperado e uma dimensão adicional para cada beta do modelo (Elton & Gruber, 1997).

Diversos modelos surgiram a partir do CAPM e da comprovação empírica do mercado como fator determinante da precificação de ativos. Dentre essas propostas estão os modelos de três, quatro e cinco fatores. Os modelos aludidos incorporam fatores de risco que procuram refletir a tendência dos preços (Fama & French, 1993; Carhart, 1997; Fama & French, 2015). No modelo de três fatores de Fama-French (FF3) são considerados o mercado, o tamanho e o valor das empresas (Fama & French, 1993). Para os autores, o tamanho é um prêmio que resulta da relação entre o valor de mercado das empresas, menores *versus* maiores. O prêmio de valor resulta da relação valor patrimonial/valor de mercado (Fama & French, 1993).

O modelo de quatro fatores (FFC) de Carhart (1997) consiste no modelo de três, acrescido do fator momento, embasado nos estudos de Jegadeesh e Titman (1993). Esse fator resulta da relação de persistência dos retornos das ações no curto prazo. A partir desta constatação, gestores devem comprar ações de empresas ditas vencedoras e vender ações de empresas perdedoras no passado (Jegadeesh & Titman, 1993; Carhart, 1997).

Há ainda o modelo de cinco fatores (FF5) de Fama e French (2015). Este é o modelo mais recente que acrescenta ao de três fatores, a lucratividade e o investimento das empresas.

Ele surgiu como uma proposta que apresentaria melhor desempenho comparativamente ao FF3 no que tange à precificação de ativos financeiros. Entretanto, tem baixa capacidade de capturar elevados retornos de ações de empresas pequenas e que investem muito (Fama & French, 2015). Cada beta é interpretado como a exposição do ativo ao fator de risco correspondente. O valor esperado do fator é interpretado como o preço da exposição ao risco. No modelo de precificação "para cada unidade de exposição  $\beta$  ao fator de risco, você deve fornecer aos investidores o prêmio de retorno esperado" (Cochrane, 1995, p. 78).

Rubio, Maroney e Hassan (2018) acrescentam um fator proveniente do *score* de eficiência DEA dos fundos ao modelo de quatro fatores de Carhart (1997). Os autores, seguindo a ponderação de Elton & Gruber (1997), defendem a perspectiva de novas técnicas na estimativa do desempenho de ativos e propõem a inclusão da eficiência no modelo de quatro fatores como um novo fator. Utilizando amostra de fundos estadunidenses, os resultados indicaram que o *score* de eficiência deve ser considerado um fator de risco adicional, que permite reduzir o erro de precificação dos modelos anteriores.

Bittencourt e Araújo Júnior (2019) reforçam a perspectiva de incompletude do modelo CAPM identificada em estudos de precificação. Segundo os autores há muito que se avaliar quanto à capacidade explicativa dos modelos no Brasil, tendo em vista que existem parcelas de risco associadas a algumas ações no mercado que não são capturadas em modelos com alfas significativos, quando há excesso de retorno. Os alfas e o alto valor da variância residual, no modelo CAPM, implicariam que ainda existem fatores não considerados que podem contribuir na explicação das variações dos retornos.

### **2.3 A Aplicabilidade dos Modelos de Precificação na Análise De Carteiras**

Os modelos de precificação também são utilizados na seleção de carteiras (Elton & Gruber, 1997; Jordão e Moura, 2011; Caldeira, Moura & Santos, 2013). Caldeira, Moura e Santos (2013) utilizaram os modelos de três e quatro fatores para estimar portfólios ótimos compostos de ações brasileiras. Os modelos fornecem alternativas viáveis de carteiras menos arriscadas e com melhor desempenho ajustado a risco em comparação a um indicador de referência, como o desempenho médio do mercado ou outros índices como o de inflação.

A característica dos fundos de reproduzir a performance (positiva ou negativa) passada também pode ser avaliada com modelos de precificação (Berggrun, Mongrut, Umaña & Varga, 2014). Os autores avaliaram a persistência do desempenho de fundos brasileiros com o modelo de quatro fatores. Conforme os resultados, o desempenho histórico permite oportunidades de lucro aos investidores. A seleção de fundos, em termos dos modelos de CAPM, de três e de quatro fatores conduziu a resultados semelhantes quanto a exposição dos fundos aos fatores de risco de mercado, tamanho e momento.

Yi e Cho (2015) investigaram a performance de fundos de hedge do setor de tecnologia de mercados emergentes com um modelo de precificação com fatores orientados a aspectos do mercado de ações, títulos e tendências de mercado, tecnologia e liquidez. Os fundos de hedge em tecnologia superaram os demais, exceto em períodos de recessão econômica. A persistência do desempenho de fundos brasileiros foi abordada em Nerasti e Lucinda (2016). Os modelos CAPM, três e quatro fatores foram estimados com propósito de investigar a persistência de performance superior. A expectativa de retorno foi relacionada aos fatores de risco não diversificável dos modelos e os resultados indicaram que os diferenciais de retorno não se mantiveram. Os alfas não apresentaram persistência no tempo e boa parte do excesso de retorno foi explicada pelo fator momento (Nerasti & Lucinda, 2016).

O alfa do modelo CAPM tem melhor poder explicativo acerca do retorno de fundos de hedge do que o alfa de modelos mais sofisticados (Agarwal, Green & Ren, 2018). Os autores utilizaram dados de quatro bases distintas e poucas evidências foram encontradas de persistência do desempenho diante dos fatores de risco de mercado e dos demais modelos.

Bittencourt e Araújo Júnior (2019) avaliaram a aplicabilidade do modelo de Fama e French (2015) no contexto do mercado brasileiro. Os autores apontam que os modelos CAPM e de três fatores não explicam boa parcela da variação de retornos dos ativos, o que fundamenta a incorporação de fatores. No contexto brasileiro, com uso da taxa de poupança como referência de taxa livre de risco, os resultados indicaram significância estatística dos seguintes fatores: tamanho, valor e lucratividade. Com a inclusão de outros fatores, além do mercado, não há evidências de significância estatística do alfa.

Segundo Rubio, Maroney e Hassan (2018), os *scores* de eficiência mensurados com DEA são predecessores dos retornos dos fundos. E por outro lado, para Fernandes *et al.*, 2018 e Bittencourt e Araújo Júnior (2019) há de se considerar a aderência dos fatores de risco tamanho, valor e rentabilidade e o poder do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015), bem como a importância de trabalhos dessa temática na precificação de ativos brasileiros.

#### **2.4 DEA e a Eficiência de Fundos de Investimento**

Os modelos de DEA emergiram na pesquisa operacional na década de 1970 (Charnes, Cooper & Rhodes, 1978; Banker, Charnes & Cooper, 1984), mas sua aplicação, nos estudos da eficiência de fundos, na década de 1990. Murthi, Cho e Desai (1997) empregaram a técnica na análise da eficiência de fundos estadunidenses. Eles comparam os *scores* de eficiência a indicadores tradicionais de finanças – Índice de Sharpe e Alfa de Jensen. Encontraram que o *score* de eficiência atribui flexibilidade à análise, diante do *benchmark* e da imposição de uma forma funcional, permitindo a incorporação dos custos de transação.

A eficiência de fundos europeus, mensurada na perspectiva do DEA, tende a ser superior para fundos maiores embora não haja evidências de que seja linearmente associada ao tamanho dos fundos (Basso & Funari, 2017). As autoras defendem a aplicação da técnica e atentam para os retornos de escala existentes na relação de produção entre insumos e produtos. Zhou, Xiao, Jin e Liu (2018) propuseram uma fronteira de média-variância reequilibrada com base no DEA. Os resultados indicaram estratégias de investimentos em fundos chineses com taxas mais elevadas de índices de Sharpe e Sortino.

Diversos estudos têm sido publicados com avanços teóricos consideráveis na discussão acerca da eficiência (Emrouznejad e Yang, 2018). A eficiência dos gestores dos fundos também pode ser avaliada por meio do DEA. O desempenho das carteiras reflete resultados obtidos a partir da tomada de decisão de investimento dos gestores na alocação de recursos (Andreu, Serrano & Vicente, 2019).

Fonseca *et al.*, (2018) avaliaram o desempenho de fundos brasileiros com DEA e o modelo de Carhart (1997). Os resultados indicaram diminuição da eficiência ao longo do tempo, influências significativas dos fatores de mercado e de momento sobre os retornos dos fundos, assim como correlações positivas entre *scores*, alfas e retornos reais, reforçando a aplicabilidade do modelo de quatro fatores na análise de fundos. Simultaneamente, poucos fundos foram eficientes e tiveram alfa positivo.

Rubio, Maroney & Hassan (2018) ponderam que os ativos podem ter propriedades estatísticas diferentes, como distribuições de retorno assimétricas com caudas pesadas. Isso torna relevante a inclusão de pelo menos o terceiro momento na avaliação de risco/retorno. Sendo fundamental verificar a normalidade dos retornos e, se necessário, incluir a característica na determinação dos *scores* de eficiência.

O uso de diferentes medidas de desempenho traz robustez aos resultados e, possivelmente, evita estratégias de manipulação com foco em medidas específicas (Ornelas, Silva Júnior & Fernandes, 2012). Nesse sentido, quanto a retorno/risco não se deve considerar somente média/variância (Eling, 2008). A maneira como investidores percebem risco/retorno afeta a escolha da medida de desempenho, e tem que se considerar formas alternativas (Silva Júnior, & Fernandes, 2012). Nesse sentido, os momentos parciais (superior e inferior)

consideram uma taxa mínima de referência para então calcular os momentos em relação a esse parâmetro, sendo assim potenciais proxies de retorno/risco.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1 Amostra e Dados

No estudo foram consideradas as categorias de fundos de ações, de maior representatividade no mercado brasileiro, com gestão ativa. Especificamente, foram incluídas as subcategorias Ações Livre, Índice Ativo e Dividendos. Os dados foram coletados da plataforma SI-Anbima, em frequência mensal de 01/01/2000 a 31/01/2018. Inicialmente 1.526 fundos tiveram no mínimo três anos de observação, prosseguiu-se com exclusão de fundos com dados insuficientes para a estimação dos *scores* de eficiência e modelos de precificação, e a amostra final foi composta de 640 fundos. O retorno mensal de cada fundo foi estimado com base na variação percentual do preço da cota. O último mês de cada fundo com atividades encerradas em período seguinte foi eliminado e janelas móveis de 36 meses foram utilizadas para estimar *inputs* e *outputs*.

Estimou-se, ainda, os fatores de risco dos modelos multifatoriais. Os dados de preço ajustado das ações, quantidade de ações em circulação, patrimônio líquido, ativo total, despesa com juros e lucro operacional (*Earnings Before Interest And Taxes* – EBIT) das empresas brasileiras de capital aberto foram coletados da base Economática®. Os fatores *Small minus Big* (SMB), *High minus Low* (HML), *Momentum* (WML), *Robust minus Weak* (RMW) e *Conservative minus Aggressive* (CMA) foram estimados conforme a metodologia de Fama e French (1993, 2015) e Carhart (1997). As variáveis foram tratadas no *software* R.

#### 3.2 Estimação do Modelo DEA

A eficiência dos fundos foi mensurada com DEA tanto com o modelo CCR de retornos constantes de escala de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) quanto com o modelo VRS de retornos de escala variável de Banker, Charnes e Cooper (1984). O retorno de escala consiste nas oscilações de produtos ocasionadas por variações de insumos no processo produtivo das unidades avaliadas que compõem um grupo de comparação, denominadas unidades tomadoras de decisão. Banker *et al.* (2004) atentam para essa especificidade dos modelos e ressaltam a importância do teste e observação do retorno de escala na estimação.

A definição do retorno de escala mais adequado e aderente aos dados foi testada com o teste de distribuição de Kolmogorov-Smirnov (Banker, Cooper, Seiford, Thrall & Zhu, 2004; Bogetoft & Otto, 2010). Os resultados indicaram rejeição da hipótese nula de probabilidade de mesma função de distribuição acumulada entre eficiências, o que equivaleria a uma tendência ao retorno constante de escala e consequente adequação ao modelo CCR. Diante da rejeição, utilizou-se o DEA com retornos variáveis de escala (VRS) de Banker, Charnes e Cooper (1984), conforme equações de 1 a 5.

$$\text{Máx } e_p^{BCC} \quad (1)$$

$$\sum_{p=1}^n \lambda_p x_{ip} \leq x_{i0} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^n \lambda_p y_{jp} \geq e_p^{BCC} y_{j0} \quad j = 1, 2, 3, \dots, s \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^n \lambda_p = 1 \quad (4)$$

$$\lambda_p \geq 0 \quad \forall p \quad (5)$$

Em que:  $e_p^{BCC}$ : score de eficiência do fundo/unidade tomadora de decisão  $p$ ;  $\lambda_p$ : peso da capacidade de produção do fundo no contexto do grupo;  $x_{ip}$ : insumos  $i$  consumidos pelo fundo  $p$  avaliado; e  $y_{jp}$ : produtos  $j$  gerados pelo fundo  $p$ . Sendo  $n$ ,  $m$  e  $s$  os respectivos limites de variação de unidades, insumos e produtos da amostra.

### 3.3 Insumos e Produtos do DEA

Os insumos e produtos considerados foram os mesmos utilizados por Rubio, Maroney e Hassan (2018), com base em Glawischnig & Sommersguter-Reichmann (2010). As variáveis foram computadas considerando a relação risco (insumos) e retorno (produtos) das séries de retornos dos fundos. Como insumos, foram considerados os momentos parciais inferiores dos retornos (*Lower Partial Moments* - LPM) e o período de máxima queda (*Maximum Drawdown Period* – MDP), e como produtos, os momentos parciais superiores (*Upper Partial Moments* - UPM). O retorno médio foi utilizado na diferenciação das estratégias de investimento e os LPMs e UPMs calculados com relação a um retorno mínimo de referência. LPMs e UPMs representam, respectivamente, desvantagens e vantagens do investimento, estimados conforme as equações 6 e 7.

$$LPM_{p,m} = \frac{1}{\hat{T}} \sum_{t=1}^{\hat{T}} (r_{min} - \underline{r}_{t,p})^m \quad m = 0, \dots, 4 \quad (6)$$

$$UPM_{p,m} = \frac{1}{\hat{T}} \sum_{t=1}^{\hat{T}} (\bar{r}_{t,p} - r_{min})^m \quad m = 0, \dots, 4 \quad (7)$$

Em que  $r_{min}$ : parâmetro de comparação dos retornos ou taxa de referência estimada pelo retorno médio de todos os fundos na janela;  $\underline{r}_{t,p}$ : retorno mensal do fundo  $p$  abaixo da referência;  $\hat{T}$ : número de retornos do fundo  $p$  abaixo da referência;  $\bar{r}_{t,p}$ : retorno mensal do fundo  $p$  acima da referência;  $\hat{T}$ : número de retornos do fundo  $p$  acima da referência;  $T$ : é o número de observações do fundo.

O MDP foi obtido como o número máximo de meses que o fundo esteve abaixo do patrimônio líquido médio. A correlação entre cada grupo foi o limiar para manter os insumos e produtos no DEA, valores altos levaram a não inclusão do indicador (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Rubio, Maroney & Hassan, 2018). Rubio, Maroney e Hassan (2018) identificaram que a partir de uma alta correlação entre pares de insumos ou pares de produtos, não há a necessidade da inclusão do par de alta correlação no modelo, optando-se por uma dentre as medidas. A taxa de retorno mínimo aceitável foi de 0%.

Antes da estimação dos insumos e produtos, que no estudo estão associados aos momentos parciais LPM e UPM, foi realizado o teste de normalidade dos retornos. Os momentos parciais de ordem maior são importantes quando os retornos não têm distribuição normal. Similar ao procedimento adotado por Rubio, Maroney e Hassan (2018), a normalidade foi testada com teste de Jarque-Bera (1980) padrão e com procedimento de *bootstrapping*. Para cada fundo foram estimados os parâmetros do modelo CAPM com janela

móvel de três anos de dados e, em seguida, simulados 5000 vezes os retornos do fundo, conforme equação 8.

$$rs_t = \alpha_t + \beta_t * (r_{mt} - r_{ft}) + \varepsilon_t \quad (8)$$

Para gerar os dados foi utilizada a distribuição normal, o retorno de mercado é  $r_{mt} \sim N(\mu, \sigma_m^2)$  e o termo de erro do modelo determinado por  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_r^2)$ ,  $r_f$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_m^2$ , e  $\sigma_r^2$  estimados. Os valores da estatística  $\chi^2$  do teste de Jarque-Bera (JB) foram obtidos a partir da amostra simulada e determinados os percentis de 5% e 1%. A estatística do teste  $\chi^2$  de JB da série original de retornos foi comparada com intervalos de confiança de 5% e 1% para a rejeição ou não da hipótese de normalidade.

### 3.4 Análise em Série Temporal dos Modelos Estimados

A partir dos scores de eficiência ( $e_p^{BCC}$ ) obteve-se o fator de risco correspondente, que representa a distância de determinado fundo em relação à fronteira de eficiência. Buscou-se, então, analisar se os modelos tradicionais de apreçamento (CAPM, FF3, FFC e FF5), acrescidos do fator proposto melhor explicam a variação dos retornos de fundos brasileiros. Caso os investidores considerarem a eficiência do fundo relevante, esta deve ser uma dimensão válida na precificação (Rubio, Maroney & Hassan, 2018). Os fatores e modelos são apresentados nas equações 9 a 13.

$$P_p^{BCC} = 1 - e_{pt}^{BCC} \quad (9)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (10)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{3,t}SMB_t + \hat{h}_{4,t}HML_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (11)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{3,t}SMB_t + \hat{h}_{4,t}HML_t + \hat{w}_{5,t}WML_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (12)$$

$$r_{p,t} - r_{ft} = \hat{\alpha}_t + \hat{b}_{1,t}(r_{mt} - r_{ft}) + \hat{s}_{6,t}SMB5_t + \hat{h}_{7,t}HML5_t + \hat{\pi}_{8,t}RMW_t + \hat{c}_{9,t}CMA_t + \hat{p}_{2,t}P_t^{BCC} \quad (13)$$

Em que  $P_p^{BCC}$ : fator de risco mensurado;  $e_p^{BCC}$ : *score* de eficiência do fundo  $p$ ;  $r_{pt}$ : retorno mensal do fundo  $p$  no mês  $t$ ;  $r_{ft}$ : taxa de retorno mensal do ativo livre de risco no mês  $t$ , taxa do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) como *proxy*;  $\alpha_t$ : intercepto, excesso de retorno do fundo  $p$  no mês  $t$ ;  $r_{mt}$ : retorno do mercado (Ibovespa); *Small Minus Big* (SMB): diferença de retornos de empresas de baixa e alta capitalização de mercado; *High Minus Low* (HML): diferença do retorno de empresas com alta e baixa relação no índice *book-to-market* (B/M); *Winners Minus Losers* (WML): diferença no retorno de portfólios formados por empresas com maior e menor retorno acumulado; *Robust Minus Weak* (RMW): diferença de retornos de portfólios de empresas mais e menos lucrativas; *Conservative Minus Aggressive* (CMA): diferença do retorno de portfólios de empresas com baixo e alto investimento.

Os fatores imitam portfólios baseados no tamanho, relação *book-to-market* (B/M), valor contábil/de mercado, desempenho das empresas no curto prazo, lucratividade e investimento. As regressões foram estimadas com janela móvel de três anos de dados, sendo necessário não haver observações faltantes de retorno mensal e do fator  $P^{BCC}$  no período, a primeira data disponível com coeficientes estimados foi dezembro/2005.

### 3.5 Análise do Prêmio de Risco dos Scores de Eficiência dos Fundos

A fim de testar a especificação dos modelos, utilizou-se a capacidade preditiva dos resultados estimados no primeiro estágio (séries temporais), ou seja, como os modelos nas equações 9 a 13 preveem os retornos dos fundos em  $t+1$ . Segundo Rubio, Maroney e Hassan (2018), este procedimento reflete o potencial de uso dos modelos como estratégia de investimento. Além disso, a regressão em dois estágios de Fama-MacBeth (1973) é amplamente empregada na literatura de apreçamento para identificar se há um prêmio pelo risco associado aos fatores estudados. Foram realizadas regressões *cross-section*, conforme equações 14 a 17.

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (14)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{3,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{4,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (15)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{3,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{4,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{5,t+1}\hat{w}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (16)$$

$$r_{p,t+1} - r_{ft+1} = \hat{\alpha}_{t+1} + \hat{\lambda}_{1,t+1}\hat{b}_t + \hat{\lambda}_{6,t+1}\hat{s}_t + \hat{\lambda}_{7,t+1}\hat{h}_t + \hat{\lambda}_{8,t+1}\hat{\pi}_t + \hat{\lambda}_{9,t+1}\hat{c}_t + \hat{\lambda}_{2,t+1}\hat{p}_t \quad (17)$$

Em que:  $\hat{\alpha}_{t+1}$ : intercepto que captura o grau de *mispricing* dos retornos futuros enquanto  $\hat{\lambda}_{1,t+1}$  a  $\hat{\lambda}_{9,t+1}$  compreendem os prêmios pelo risco de mercado até o prêmio de risco CMA. Após as estimações mês a mês, a média e o erro padrão de cada coeficiente ao longo do tempo foram calculados para obter a estatística t, corrigidas por Newey-West (1987), período de janeiro/2006 a janeiro/2018.

## 4. ANÁLISE DE RESULTADOS

### 4.1 Análise de Estatísticas Descritiva dos Dados

Os resultados apontam que, nos testes Jarque-Bera e *Bootstrap*, não há rejeição da hipótese de distribuição normal dos retornos para a maioria dos fundos analisados (Tabela 1). Por outro lado, no teste JB padrão, ao nível de 5% de significância, a normalidade é rejeitada para 222 fundos de investimento, equivalente a 34,69% do total amostrado. Ao se considerar 1% de significância, os resultados são semelhantes e a normalidade é rejeitada em relação aos retornos de 205 fundos, 32,03% da amostra.

O *bootstrapping* confirma a normalidade dos retornos da maioria dos fundos. A 5% de significância estatística, a hipótese foi rejeitada em somente 96 fundos, 15% da amostra final. Quando se considera 1% de significância, 58 fundos (9,06%) não apresentam retornos normalmente distribuídos.

**Tabela 1**

*Testes de normalidade dos retornos de fundos de investimento em ações, Brasil, 2000-2018*

	Painel A: Resultados Jarque Bera $\chi^2$		Painel B: Resultados <i>Bootstrap</i> $\chi^2$	
	5% de significância	1% de significância	5% de significância	1% de significância
Quantidade de fundos	222	205	96	58
Rejeição, % da amostra	34,69%	32,03%	15,00%	9,06%

**Nota:** Estatística de  $\chi^2$  em ambos os testes. O procedimento de *bootstrapping* adotado foi similar ao empregado por Rubio, Maroney e Hassan (2018), utilizando o beta do modelo CAPM estimado para cada fundo em janela móvel de três anos para simular os retornos sob o pressuposto de normalidade e 5000 replicações para definir o intervalo de confiança para os valores  $\chi^2$ . A amostra final foi representada por um total de 640 fundos.

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

Os resultados dos testes de normalidade dos retornos apresentados na tabela 1 não corroboram a hipótese de Rubio, Maroney e Hassan (2018). Ou seja, com a ideia de que os fundos tenham retornos assimetricamente distribuídos – algo que justificaria a utilização de fatores de ordem superior à média e à variância – não pôde ser observada. Esta limitação, contudo, não impede a continuidade dos procedimentos adotados por dois motivos: (i) a depender do teste, uma quantidade considerável de fundos (superior a 30%) apresentaram retornos com distribuição diferente da normal; e (ii) face às mudanças no mercado brasileiro de fundos de investimento, torna-se importante avaliar a eficiência na gestão dessas carteiras e seu potencial como fator de risco à precificação.

Na tabela 2 são apresentadas as estatísticas descritivas do patrimônio líquido (PL), dos retornos mensais e dos momentos parciais inferiores e superiores, candidatos, a insumos e produtos da mensuração da eficiência de cada fundo com DEA. O PL dos fundos, em termos de mediana, foi de R\$ 37,67 milhões. Distante da média, dada à alta variabilidade da medida, não há homogeneidade de tamanho dos fundos de investimento do mercado brasileiro. Os retornos mensais apresentaram média e mediana relativamente similares, de 0,84% e 0,69% ao mês, respectivamente, e desvio-padrão de 6,46% ao mês.

**Tabela 2**

*Estatísticas descritivas do patrimônio líquido, dos retornos e dos momentos parciais inferiores e superiores de fundos de investimento em ações, Brasil, 2000-2018*

Variável	Mínimo	Máximo	Mediana	Média	Desvio padrão
PL (em R\$ milhões)	0,00 <sup>1</sup>	3.452,61	37,34	130,19	274,22
Retorno mensal (%)	-90,48	247,68	0,69	0,84	6,46
MDP	5,00	35,00	19,00	19,00	4,00
LPM0 (%)	0,00	88,89	44,44	44,17	10,14
LPM1 (%)	0,00	16,33	1,79	1,88	0,99
LPM2 (%)	0,00	6,45	0,11	0,16	0,28
LPM3 (%)	0,00	4,65	0,01	0,03	0,14
UPM1 (%)	0,05	16,96	2,22	2,51	1,06
UPM2 (%)	0,00	25,97	0,14	0,22	0,68
UPM3 (%)	0,00	53,52	0,01	0,07	1,37

*Nota:* Estatística descritiva do patrimônio líquido (PL), <sup>1</sup>fundos menores com PL de R\$ 6.780,00, retornos mensais, período de máxima queda (Maximum Drawdown Period – MDP), momentos parciais inferiores dos retornos (Lower Partial Moments – LPM) e momentos parciais superiores (Upper Partial Moments - UPM).

*Fonte:* Elaborada pelos autores.

As medidas de máxima queda (MDP) foram iguais em média e mediana (19 meses), mínimo de cinco vezes e o desvio em torno de quatro vezes. Os momentos parciais inferiores dos retornos (LPM) aumentam em ordens de zero a um, dois e três, com redução das estatísticas descritivas das variáveis. Com os momentos parciais superiores dos retornos (UPM) as reduções também ocorrem, com exceção do máximo e desvio padrão do UPM3.

Os critérios de seleção de insumos e produtos para mensuração da eficiência dos fundos se fundamentam na associação entre as variáveis (Glawischnig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Rubio, Maroney & Hassan, 2018). A tabela 3 reporta a matriz de correlações entre os construtos candidatos a insumos e a produtos para o DEA.

Identifica-se, a partir da tabela 3, forte correlação dos LPM3 e LPM4, bem como UPM3 e UPM4, correlações, respectivamente, de 0,97 e 0,99. Assim, os insumos de quarto momento não foram utilizados. Na tabela 4 são apresentadas as estatísticas descritivas dos fatores de risco utilizados. O fator de eficiência dos fundos,  $P^{BCC}$ , apresentaram valores de média e mediana aproximados, o que indica que a maioria dos fundos operou abaixo da fronteira de eficiência estimada com a amostra.

**Tabela 3**

*Matriz de correlação dos candidatos a insumos e produtos do DEA com base em medidas de fundos investimento em ação, Brasil, 2000-2018*

	MD P	LPM0 (%)	LPM1 (%)	LPM2 (%)	LPM3 (%)	LPM4 (%)	UPM1 (%)	UPM2 (%)	UPM3 (%)	UPM4 (%)
MDP	1,00									
LPM 0 (%)	- 0,02	1,00								
LPM 1 (%)	0,02	0,54	1,00							
LPM 2 (%)	0,02	0,24	0,84	1,00						
LPM 3 (%)	0,02	0,12	0,62	0,92	1,00					
LPM 4 (%)	0,01	0,08	0,47	0,81	0,97	1,00				
UPM 1 (%)	0,10	-0,16	0,46	0,49	0,37	0,27	1,00			
UPM 2 (%)	0,02	0,02	0,14	0,21	0,21	0,18	0,43	1,00		
UPM 3 (%)	0,01	0,01	0,06	0,10	0,11	0,10	0,34	0,97	1,00	
UPM 4 (%)	0,01	0,01	0,04	0,06	0,07	0,06	0,30	0,93	0,99	1,00

**Nota:** Matriz de correlação de Pearson de variáveis candidatas a insumos e produtos na estimativa dos scores de eficiência com Data Envelopment Analysis (DEA).

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

A literatura aponta que a maioria dos fundos de investimento opera, de fato, abaixo do desempenho dos *benchmarks*, aqueles com melhor desempenho na amostra e que compõem a fronteira de eficiência (Glawischmig & Sommersguter-Reichmann, 2010; Basso & Funari, 2017; Rubio, Maroney & Hassan 2018). No contexto do mercado brasileiro, Fonseca *et al.*, (2018) apontaram evidências dessa queda da eficiência dos fundos de ações no período entre 2002 e 2016, possivelmente associada com aumento de competitividade nesse mercado.

Os fatores de precificação momento, lucratividade e investimento apresentaram mediana positiva. Se observada somente a média, o risco de mercado apresentou média negativa no período. Dentre os fatores, identificou-se neste o maior desvio-padrão e maior amplitude de variação, conforme a tabela 4.

**Tabela 4**

*Estatísticas descritivas dos scores de eficiência e demais fatores de risco, Brasil, 2000-2018*

	Mediana	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Amplitude
$p^{BCC}$	0,40	0,38	0,15	0,00	0,75	0,75
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,45%	-0,04%	6,46%	-25,97%	15,81%	0,42
SMB	-0,02%	0,36%	4,07%	-9,26%	16,53%	0,26
HML	-0,40%	0,19%	5,50%	-12,56%	19,35%	0,32
WML4	0,96%	0,79%	5,07%	-16,32%	10,33%	0,27
SMB5	-0,09%	0,30%	4,30%	-9,62%	18,11%	0,28
HML5	-0,40%	0,19%	5,50%	-12,56%	19,35%	0,32
RMW5	1,13%	0,92%	4,04%	-12,30%	13,14%	0,25
CMA5	0,37%	0,21%	4,30%	-20,21%	13,06%	0,33

**Nota:** Estatística descritiva das variáveis utilizadas nos modelos CAPM, três, quatro e cinco fatores.

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

**Tabela 5**  
*Matriz de correlação dos fatores de risco*

Painel A: Scores e fatores utilizados nos modelos CAPM, três e quatro fatores

	$p^{BCC}$	$(r_{mt} - r_{ft})$	SMB	HML	WML
$p^{BCC}$	1,00				
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,03	1,00			
SMB	-0,09	0,16	1,00		
HML	-0,04	0,52	0,33	1,00	
WML	0,07	-0,45	-0,36	-0,66	1,00

Painel B: Scores e fatores utilizados no modelo de cinco fatores

	$p^{BCC}$	$(r_{mt} - r_{ft})$	SMB5	HML5	RMW5	CMA5
$p^{BCC}$	1,00					
$(r_{mt} - r_{ft})$	-0,03	1,00				
SMB5	-0,10	0,14	1,00			
HML5	-0,04	0,52	0,33	1,00		
RMW5	0,03	-0,51	-0,33	-0,62	1,00	
CMA5	-0,02	0,02	0,20	0,45	-0,25	1,00

*Nota:* Matriz de correlação de Pearson do fator de risco. Em decorrência do fator  $p^{BCC}$  ser específico do fundo, a matriz de correlação é baseada na amostra empilhada.

*Fonte:* Elaborada pelos autores.

A Tabela 5 apresenta as matrizes de correlações entre os fatores de risco provenientes da eficiência. No caso dos fatores estimados observaram-se correlações negativas do fator eficiência com os fatores mercado, tamanho, valor, algo que indica, em termos de modelagem, que a eficiência pode contribuir para a compreensão das oscilações dos retornos dos fundos. O fator momento também apresenta correlação negativa com mercado, tamanho e valor. Eficiência e momento tiveram correlação de 0,07, positiva e fraca.

Quanto ao modelo de cinco fatores, além da correlação negativa entre o fator eficiência e os fatores mercado, tamanho e valor, houve correlação negativa com o fator investimento. A correlação entre os fatores eficiência e lucratividade foi de 0,03, positiva e fraca, ou seja, há uma variação conjunta, embora pequena, entre eficiência e lucratividade.

#### 4.2 Análise dos Modelos de Precificação

Os resultados dos modelos foram apresentados na Tabela 6. A inserção do fator eficiência no CAPM gerou um coeficiente estatisticamente significativo e positivo. O intercepto do modelo mudou em grandeza e em significância, contudo não há evidências de melhoria do poder explicativo, visto que o  $R^2$  permaneceu igual. A não alteração corroborou com Berggrun, Mongrut, Umaña e Varga (2014), que apontam melhoria na inserção do fator de eficiência. Mas a significância estatística do alfa e a forte influência do mercado sobre os retornos dos ativos corroboraram com os resultados encontrados por Berk e Van Binsbergen (2016) e Bittencourt e Araújo Júnior (2019) ao utilizarem o modelo CAPM.

A inclusão do fator eficiência ao modelo de três fatores também apresentou significância estatística, não acarretou melhoria do poder explicativo e modificou o intercepto. Isso mostra que os retornos dos fundos brasileiros sofrem influência significativa e positiva do tamanho, mas negativa do valor. Com a inclusão da eficiência esses sinais se mantiveram e a significância do alfa reforça a incompletude do modelo (Bittencourt & Araújo Júnior, 2019).

**Tabela 6***Resultados dos modelos de precificação estimados para fundos de investimento em ações brasileiros, 2000-2018*

	CAPM	CAPM + $\rho^{BCC}$	3 Fatores	3 Fatores + $\rho^{BCC}$	4 Fatores	4 Fatores + $\rho^{BCC}$	5 Fatores	5 Fatores + $\rho^{BCC}$
$\alpha$	0.000	0.000	0.000	-0.010	0.000	0.000	0.000	-0.010
	0.890	-6.100	-1.150	-4.89***	-4.45***	-4.42***	-2.00***	4.54***
$(r_{mt} - r_{ft})$	0.810	0.810	0.820	0.820	0.830	0.830	0.820	0.830
	47.34***	47.94***	56.66***	58.69***	62.66***	64.45***	66.99***	69.77***
SMB			0.140	0.150	0.160	0.170		
			15.63***	16.57***	20.68***	21.32***		
HML			-0.040	-0.041	-0.004	-0.010		
			5.75***	-5.62***	-0.570	-1.160		
WML					0.067	0.065		
					7.324***	7.515***		
SMB5							0.120	0.120
							12.79***	14.78***
HML5							-0.040	-0.040
							-5.13***	-4.73***
RMW5							-0.010	-0.010
							-0.470	-0.260
CMA5							0.030	0.030
							2.86***	2.73***
$\rho^{BCC}$		0.002		0.030		0.030		0.030
		6.62***		2.59***		2.46***		2.13***
R <sup>2</sup>	0.790	0.790	0.820	0.820	0.820	0.830	0.830	0.830

**Nota:** Estimativa de coeficientes médios (linha superior) e estatística t (linha inferior) baseada no erro padrão desses coeficientes usando o ajuste por Newey-West (1987). R<sup>2</sup> apresentado é o ajustado. \*\*\* Indica que a variável é estatisticamente significativa a 1%; \*\* a 5%; \* a 10%.

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

Ainda de acordo com a Tabela 6, no modelo de Carhart (1997), sem e com a inclusão do fator eficiência, houve significância estatística do alfa e dos fatores de mercado, tamanho e momento. Assim como no modelo de três fatores, a inclusão da eficiência, significativa a 5%, acarretou um aumento marginal no poder explicativo. De maneira geral, os resultados corroboraram com os de Berggrun, Mongrut, Umaña e Varga (2014), Nerasti & Lucinda (2016) e Fonseca *et al*, (2018), no que tange à influência e importância dos fatores de Carhart (1997) sobre os retornos dos fundos brasileiros. Revelam, ainda, o diferencial e a significância da eficiência no modelo de cinco fatores para a avaliação da performance de fundos, bem como do modelo incorporado da eficiência, sendo o fator de eficiência significativo.

No modelo de Fama e French (2015), o alfa, e os betas de mercado, tamanho, valor e investimento foram significativos, independentemente da inclusão do fator eficiência. Somente a lucratividade não foi significativa. Isto corrobora em parte com Bittencourt e Araújo Júnior (2019), os autores não identificaram efeitos do alfa, mercado e investimento. A inclusão do fator eficiência, assim como identificado anteriormente, mostrou significância a 5% e alterou o poder explicativo do modelo. Nos resultados encontrados, há alteração do poder explicativo dos modelos a cada incorporação, similar a Rubio, Maroney e Hassan (2018).

**Tabela 7**  
Resultados das regressões *cross-section* em t+1

	CAPM	CAPM + $p^{BCC}$	3 Fatores	3 Fatores + $p^{BCC}$	4 Fatores	4 Fatores + $p^{BCC}$	5 Fatores	5 Fatores + $p^{BCC}$
$\alpha_{t+1}$	-0.001	-0.002	-0.000	-0.002	0.001	-0.001	0.002	0.000
	-0.203	-0.418	-0.065	-0.492	0.218	-0.174	0.506	0.049
$\hat{b}_{1,t}$	0.000	0.001	-0.002	0.001	-0.003	-0.001	-0.003	-0.001
	0.026	0.156	-0.250	0.093	-0.428	-0.177	-0.427	-0.096
$\hat{s}_{3,t}$			0.006	0.005	0.004	0.005		
			1.309	1.050	0.929	1.125		
$\hat{h}_{4,t}$			0.012	0.013	0.008	0.010		
			1.686*	1.864*	1.505	1.696*		
$\hat{w}_{5,t}$					0.012	0.013		
					2.110***	2.525**		
$\hat{s}_{6,t}$							0.001	0.000
							0.182	0.080
$\hat{h}_{7,t}$							0.011	0.012
							1.727*	1.918*
$\hat{\pi}_{9,t}$							0.010	0.010
							1.675*	1.724*
$\hat{c}_{9,t}$							-0.002	-0.090
							-0.301	-1.510
$\hat{p}_{2,t}$		0.004		-0.005		-0.012		0.001
		0.447		-0.500		-1.419		0.132
R <sup>2</sup>	0.147	0.189	0.277	0.312	0.317	0.338	0.350	0.375

**Nota:** Estimativa de coeficientes médios (linha superior) e estatística t (linha inferior) baseada no erro padrão desses coeficientes usando o ajuste por Newey-West (1987). R<sup>2</sup> apresentado é o ajustado. \*\*\* Indica que a variável é estatisticamente significativa a 1%; \*\* a 5%; \* a 10%.

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

Na tabela 7 são apresentados os resultados das regressões *cross-section* para a previsão de retornos. Eles corroboraram os de Rubio, Maroney e Hassan (2018), a incorporação da eficiência gera um pequeno aumento no poder explicativo dos modelos. Tem-se, ainda, que o referido fator não se mostrou significativo. No modelo de três fatores houve significância do valor, que persistiu mediante a inclusão do fator eficiência. No modelo de quatro fatores houve significância estatística do fator momento, sendo que na inclusão do fator eficiência, o valor se tornou significativo. No modelo de cinco fatores, valor e lucratividade foram significativos não obstante a inserção do fator eficiência.

Diante do exposto, o fator eficiência, quando incluído nos modelos, foi estatisticamente significativo e positivo em todas as estimativas. No entanto, os testes de especificação dos modelos para a previsão de retornos em t+1 indicaram que, dentre o conjunto de fatores, somente valor, momento e lucratividade persistem nos modelos de três, quatro e cinco fatores, refletindo o potencial e a viabilidade como estratégias viáveis de investimento. Nesse caso, os resultados desse estudo do mercado brasileiro não apontam tamanho, rentabilidade e eficiência como estratégias interessantes de investimento, uma vez que nos modelos de previsão, esses fatores não apresentaram influência significativa sobre retornos dos fundos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo avaliou a aderência do fator eficiência de fundos aos modelos tradicionais de precificação de ativos (CAPM, FF3, FFC e FF5). Tal incorporação foi inspirada em Rubio, Maroney e Hassan (2018) com os modelos CAPM e quatro fatores com fundos americanos e na aplicação e análise do modelo de cinco fatores para o contexto brasileiro de Bittencourt & Araújo Júnior (2019). Na mensuração da eficiência com DEA foram estimados momentos parciais de retornos superiores e inferiores, que compuseram, respectivamente, o conjunto de insumos e produtos dessa técnica de análise. Os momentos de quarta ordem não foram incluídos em função da alta correlação com os de terceira ordem.

Os *scores* de eficiência indicaram que a maioria dos fundos brasileiros de investimento em ações opera abaixo da fronteira, composta pelos fundos de eficiência máxima. Esses resultados corroboraram os de Glawischnig e Sommersguter-Reichmann (2010), Rubio, Maroney e Hassan (2018) e Fonseca *et al.*, (2018). O fator de risco eficiência foi positivo e estatisticamente significativo em todos os modelos de precificação em que fora incluído. Ele resulta da distância dos fundos da fronteira de eficiência do DEA, logo, uma menor eficiência reflete maior risco e exerce maior influência sobre os retornos dos fundos brasileiros de investimento em ações.

Entretanto, a inclusão do fator eficiência acarretou melhorias do poder explicativo dos modelos no contexto brasileiro. Mesmo que os contextos de mercado tenham sido distintos, o resultado corroborou com os efeitos encontrados por Rubio, Maroney e Hassan (2018), isto é, significância do fator eficiência. Ainda que não tenha se consolidado como estratégia de investimento, a eficiência como fator permitiu a mensuração de um risco adicional e contribuiu para avanços de pesquisas pautadas na questão do *upside* e *downside risk* (Ornelas, Silva Júnior, & Fernandes, 2012).

Dentre os resultados dos modelos, destaca-se a aderência do modelo de Carhart (1997) na avaliação de fundos brasileiros. O resultado confirma achados de estudos que recomendam o modelo na avaliação de fundos de investimento em ações do Brasil, dada a robustez do fator momento na avaliação (Berggrun, Mongrut, Umaña & Varga, 2014; Nerasti & Lucinda, 2016; Fonseca *et al.*, 2018, Fernandes *et al.*, 2018).

Por meio do modelo de cinco fatores, sem a inclusão do fator eficiência, pôde-se atestar, em parte, os apontamentos de Bittencourt & Araújo Júnior (2019). De acordo com os autores, tamanho, valor e rentabilidade foram significativos. Neste estudo, os fatores mercado, tamanho, valor e investimento apresentaram significância estatística. As melhores estratégias de investimento, segundo as regressões *cross-section*, foram pautadas no valor, no momento e na lucratividade dos fundos de investimento.

Limita-se, portanto, aos momentos dos retornos estimados como insumos e produtos da eficiência, embora, muito ainda possa ser explorado com relação a variáveis que influenciam o desempenho de fundos brasileiros. Assim como apontam Bittencourt & Araújo Júnior (2019), diversas métricas de risco também podem ser incorporadas aos modelos de precificação e carecem ser testadas para o contexto de mercado brasileiro.

## REFERÊNCIAS

- Agarwal, V., Green, T. C., & Ren, H. (2018). Alpha or beta in the eye of the beholder: What drives hedge fund flows? *Journal of Financial Economics*, 127(3), 417-434. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2018.01.006>
- Amess, K., & Girma, S. (2009). Do stock markets value efficiency? *Scottish Journal of Political Economy*, 56(3), 321-331. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9485.2009.00486.x>

- Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. (2021). *Dados e Estatísticas: Fundos de investimento*. Recuperado de [https://www.anbima.com.br/pt\\_br/index.htm](https://www.anbima.com.br/pt_br/index.htm)
- Andreu, L., Serrano, M., & Vicente, L. (2019). Efficiency of mutual fund managers: A slacks-based manager efficiency index. *European Journal of Operational Research*, 273(3), 1180-1193. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.09.013>
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092. <https://doi.org/10.1287/mnsc.30.9.1078>
- Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., & Zhu, J. (2004). Returns to scale in different DEA models. *European Journal of Operational Research*, 154(2), 345-362. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00174-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00174-7)
- Barber, B. M., Huang, X., & Odean, T. (2016). Which factors matter to investors? Evidence from mutual fund flows. *The Review of Financial Studies*, 29(10), 2600-2642. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhw054>
- Basso, A., Funari, S. (2017). The role of fund size in the performance of mutual funds assessed with DEA models. *The European Journal of Finance*, 23(6), 457-473. <https://doi.org/10.1080/1351847X.2016.1164209>
- Berggrun, L., Mongrut, S., Umaña, B., & Varga, G. (2014). Persistence in equity fund performance in Brazil. *Emerging Markets Finance and Trade*, 50(2), 16-33. <https://doi.org/10.2753/REE1540-496X500202>
- Berk, J. B., & Van Binsbergen, J. H. (2016). Assessing asset pricing models using revealed preference. *Journal of Financial Economics*, 119(1), 1-23. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2015.08.010>
- Bittencourt, W. R., & de Araújo Júnior, J. B. (2019). Modelo de avaliação de rentabilidade de ativos – cinco fatores. *Revista Universo Contábil*, 14(1). <http://dx.doi.org/10.4270/ruc.2018323>
- Bogetoft, P., & Otto, L. (2010). *Benchmarking with Dea, Sfa, and R* (Vol. 157). Springer Science & Business Media.
- Caldeira, J. F., Moura, G. V., & Santos, A. A. (2013). Seleção de carteiras utilizando o modelo Fama-French-Carhart. *Revista Brasileira de Economia*, 67(1), 45-65. <https://doi.org/10.1590/S0034-71402013000100003>
- Carhart, M. M. (1997). On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57-82. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>

- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb03808.x>
- Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of Business*, 383-403. <https://www.jstor.org/stable/2352710>
- Cochrane, J. H. (2005). *Asset Pricing* (Revised Edition). Princeton University Press.
- Eling, M. (2008). Does the measure matter in the mutual fund industry? *Financial Analysts Journal*, 64(3), 54-66. <https://doi.org/10.2469/faj.v64.n3.6>
- Elton, E. J., & Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance*, 21(11-12), 1743-1759. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(97\)00048-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(97)00048-4)
- Emrouznejad, A., & Yang, G. L. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-Economic Planning Sciences*, 61, 4-8. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2017.01.008>
- Fama, E. F., & French, K. R. (2015). A five-factor asset pricing model. *Journal of financial economics*, 116(1), 1-22. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.10.010>
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3-56. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(93)90023-5)
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3), 607-636. <https://doi.org/10.1086/260061>
- Fernandes, A. R. J., Fonseca, S. E., & Iquiapaza, R. A. (2018). Modelos de mensuração de desempenho e sua influência na captação líquida de fundos de investimento. *Revista de Contabilidade & Finanças*, 29(78), 435-451. <https://doi.org/10.1590/1808-057x201805330>
- Fonseca, S. E., Fernandes, A. R., Cunha, C. L., & Iquiapaza, R. A. (2018). Investment Funds: Performance using Carhart Model and Data Envelopment Analysis. *Revista de Administração Contemporânea*, 22(3), 355-379. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2018170174>
- Fulkerson, J. A., & Riley, T. B. (2019). Portfolio concentration and mutual fund performance. *Journal of Empirical Finance*. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2019.01.006>
- Glawischnig, M., & Sommersguter-Reichmann, M. (2010). Assessing the performance of alternative investments using non-parametric efficiency measurement approaches: Is it convincing?. *Journal of Banking & Finance*, 34(2), 295-303. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2009.07.017>

- Goldstein, I., Jiang, H., & Ng, D. T. (2017). Investor flows and fragility in corporate bond funds. *Journal of Financial Economics*, 126(3), 592-613. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2016.11.007>
- IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. (2019). *Produto Interno Bruto - PIB: Brasil: PIB ano 2018*. Recuperado de <https://www.ibge.gov.br/explica/pib.php>
- Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255-259. [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(80\)90024-5](https://doi.org/10.1016/0165-1765(80)90024-5)
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of finance*, 48(1), 65-91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1993.tb04702.x>
- Jordão, G. A., & De Moura, M. L. (2011). Performance analysis of Brazilian hedge funds. *Journal of Multinational Financial Management*, 21(3), 165-176. <https://doi.org/10.1016/j.mulfin.2011.02.002>
- Kaupa, P. H., & Sassi, R. J. (2017). Rough sets: technical computer intelligence applied to financial market. *International Journal of Business Innovation and Research*, 13(1), 130-145. <https://doi.org/10.1504/ijbir.2017.083268>
- Lamb, J. D., & Tee, K. H. (2012). Data envelopment analysis models of investment funds. *European Journal of Operational Research*, 216(3), 687-696. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.08.019>
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets: A reply. *The review of economics and statistics*, 222-224. <https://doi.org/10.2307/1924119>
- Lyrio, M. V. L., Prates, W., de Lima, M. V. A., & Lunkes, R. J. (2015). Análise da implementação de uma estratégia de investimento em ações baseada em um instrumento de apoio à decisão. *Contaduría y Administración*, 60(1), 113-143. [https://doi.org/10.1016/S0186-1042\(15\)72149-2](https://doi.org/10.1016/S0186-1042(15)72149-2)
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600-1960. *Financial Analysts Journal*, 55(4), 5-16. <https://doi.org/10.2469/faj.v55.n4.2281>
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783. <http://dx.doi.org/10.2307/1910098>
- Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 408-418. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(96\)00356-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(96)00356-6)

- Nerasti, J. N., & Lucinda, C. R. (2016). Persistence in mutual fund performance in Brazil. *Revista Brasileira de Finanças*, 14(2), 269-298. <https://doi.org/10.12660/rbfin.v14n2.2016.57958>
- Newey, W. K., & West, K. D. (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, 55(3), 703-708. [https://www.nber.org/system/files/working\\_papers/t0055/t0055.pdf](https://www.nber.org/system/files/working_papers/t0055/t0055.pdf)
- Ornelas, J. R. H., Silva Júnior, A. F., & Fernandes, J. L. B. (2012). Yes, the choice of performance measure does matter for ranking of us mutual funds. *International Journal of Finance & Economics*, 17(1), 61-72. <https://doi.org/10.1002/ijfe.437>
- Ross, Stephen A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360. [https://doi.org/10.1016/0022-0531\(76\)90046-6](https://doi.org/10.1016/0022-0531(76)90046-6)
- Rubio, J. F., Maroney, N., & Hassan, M. K. (2018). Can efficiency of returns be considered as a pricing factor? *Computational Economics*, 52(1), 25-54. <https://doi.org/10.1007/s10614-017-9647-y>
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *The review of economic studies*, 25(2), 65-86. <https://doi.org/10.2307/2296205>
- Yang, G. L., Fukuyama, H., & Chen, K. (2019). Investigating the regional sustainable performance of the Chinese real estate industry: A slack-based DEA approach. *Omega*, 84, 141-159. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.04.009>
- Yi, J., & Cho, K. (2015). Performance of Technology Sector Hedge Funds in Emerging Markets. *Emerging Markets Finance and Trade*, 51(5), 985-1000. <https://doi.org/10.1080/1540496X.2015.1061389>
- Zhou, Z., Xiao, H., Jin, Q., & Liu, W. (2018). DEA frontier improvement and portfolio rebalancing: An application of China mutual funds on considering sustainability information disclosure. *European Journal of Operational Research*, 269(1), 111-131. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.07.010>